

Bevezetés a kísérletmódszertanba

Johanyák Zsolt Csaba



2002

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	4
2. A kísérletmódszertan lépései	6
2.1. Hibatényezők csökkentése	6
3. Kísérlettervezés előkészítése	8
3.1. Faktor.....	8
3.1.1. Faktorok osztályozása.....	8
3.1.2. Példák a faktorok kiválasztására.....	9
3.2. Szint.....	10
3.2.1. Jelölésmód.....	10
3.3. Optimalizációs paraméter (minőségi jellemző).....	11
4. Hagyományos faktoriális kísérlettervezési módszerek.....	13
4.1. Faktorszint váltás egyesével (one-by-one módszer).....	13
4.2. Egyfaktoros módszer.....	13
4.2.1. Regresszió elemzés.....	13
4.3. Csoportfaktoros kísérletterv.....	16
4.3.1. Kiértékelés.....	17
4.4. Teljes faktoriális kísérletterv.....	20
4.4.1 Kísérletek kiértékelése	21
4.4.2 Egyszerű hatásvizsgálat.....	21
4.5. Részleges faktoriális kísérletterv.....	23
4.5.1. A rátelepítés kockázata.....	24
4.5.2.Tervkészítés az identitás oszlop segítségével.....	25
5. Shainin kísérletmódszertana	28
5.1. Elsődleges kiválasztás.....	28
5.1.2. Többváltozós kártyák.....	28
5.1.3. Alkatrész keresés	29
5.1.4. Páros összehasonlítás	29
5.2. Változók keresése.....	29
5.3. B/C elemzés.....	31
6. Taguchi kísérletmódszertana.....	32
6.1. Veszteségfüggvény	32
6.1.1. Számítások Taguchi veszteség függvényével.....	34
6.2. Kölcsönhatás nélküli homogén terv.....	36
6.3. Kölcsönhatásokat tartalmazó homogén terv.....	37
6.4. Szabadon maradó oszlopok.....	38
6.4. Vegyes kísérletek tervezése.....	38
6.4.1. Szintnövelés	39
6.4.2. Szintcsökkentés.....	39

6.4.3. Szintnövelés és szintcsökkentés kombinált alkalmazása.....	40
6.5. Robusztus tervezés	41
6.6. Standard elemzés	42
6.6.1. Hatásvizsgálat.....	42
6.6.2. Variancia elemzés (ANOVA).....	43
6.7. Ismétléses kísérletek kiértékelése.....	48
6.7.1. Standard elemzés	48
6.7.2. Jel/zaj viszony elemzés.....	48
7. Minőségi változóval jellemezhető gyártási folyamatok elemzése.....	50
8. Válaszfelület módszerek.....	53
8.1. Válaszfelület.....	53
8.2. Lépegetések elve.....	53
8.3. Lépegetések elvén alapuló módszerek.....	54
8.4. Matematikai modell	54
9. Gradiens módszer	56
9.1. A modell felállítása	56
9.2. A gradiens módszer alkalmazása.....	57
10. Szimplex módszer.....	60
10.1. Kezdő szimplex.....	60
10.2. Az új szimplex csúcsa.....	61
10.3. A szimplex módszer előnyös tulajdonságai.....	62
10.4. Példa a szimplex módszer alkalmazására.....	62
Irodalomjegyzék.....	66
Mellékletek.....	67
A $t_{1-\alpha}$ értékek táblázata.....	67
F értékek táblázata 95%-os szintre	67
Az F értékek táblázata 99%-os szintre.....	68
Taguchi által javasolt kísérlettervek	68
Háromszög táblázatok	73
Háromszög táblázat kétszintes oszlopokhoz.....	73
Háromszög táblázat háromszintes oszlopokhoz.....	74
Háromszög táblázat négyzintes oszlopokhoz	75

1. Bevezetés

A legtöbb technológiánál a sorozatgyártás beállítása bonyolult folyamat. A gépkezelő a feladatot sokéves tapasztalata és beállítási utasítások alapján hajtja végre, amihez támpontot nyújthatnak a katalógusok és az átlagérték táblázatok. A kezdeti beállításokkal próbadarabokat készítenek, méréseket végeznek, módosítgatják a beállításokat mindaddig, míg el nem érik a megkívánt eredményt. Ezt az eljárási módot próbálgatásos módszernek nevezik. Alkalmazása különösen új feladatoknál kritikus, ugyanis ilyenkor nem áll rendelkezésre tapasztalati ismeretanyag.

Egy jól megtervezett módszer lényeges eleme a visszavezethetőség, ami különösen fontos az orvosi és gyógyszerészeti területeken. Ma már az ipari gyakorlatban is jellemző, hogy a megrendelők szállítóiktól nemcsak minőséget követelnek meg, hanem annak bizonyítását is, hogy ezen minőség állandóságát megfelelő intézkedésekkel biztosítják. Így például a Ford a minőségauditok során ellenőrzi, hogy a szállítók alkalmazzák-e a kísérlettervezés módszereit a folyamatok beállítása során.

A gépiparon kívül más iparágakban is megfigyelhetjük, hogy rendszerezett módszereket használnak a folyamatok vizsgálatára. Ennek oka a vizsgálat időtartamában rejlik. Míg egy esztergagép beállításának megváltoztatása egy gyorsan ellenőrizhető eredményt ad, addig a mezőgazdaságban egy kísérlet több évre is kinyúlhat. Éppen ezért ezeken a területeken kénytelenek a tervezésre helyezni a hangsúlyt. A mai kísérlettervezés alapjait Ronald Fischer statisztikai vizsgálatai teremtették meg. A jelenleg elterjedt módszereket alapvetően három csoportba oszthatjuk (1.1. táblázat).

A *faktoriális tervek* lehetővé teszik több faktor egyidejű vizsgálatát. A kísérletek számának elfogadható keretek között tartása érdekében a megvizsgálni kívánt beállítások számát faktoronként legtöbbször kettőre szokták korlátozni. Ez elegendő a faktorok jelentőségének kimutatásához, és sok esetben az optimális beállítási tartomány meghatározásához is. Logikus felépítésük és egyszerű kezelésük következtében ezek a tervek az ipari gyakorlatban jól alkalmazhatóak. Az utóbbi időben egyre népszerűbbek az egyszerűsítő módszerek, mint a Taguchi és Shainin által leírt technikák, amelyek a faktoriális vizsgálatok családjába tartoznak.

A táblázatban szereplő *válaszfelület* módszereket az összefüggések részletekbe menő vizsgálatára és a jelleggörbe mezők modellezésére használják. Az *előre meghatározott* és az *iteratív* kísérleti utasításokon alapuló módszereket különböztetjük meg. Az előre meghatározott kísérleti utasítások lehetővé teszik a jelleggörbe mezők matematikai modelljének felépítését. Itt olyan magasabb szintű kísérleti terveket alkalmaznak, melyek bizonyos ráfordításokat feltételeznek. A lépegetéses módszerek olyan stratégiákat alkalmaznak, melyek lehetővé teszik a folyamat lépésenkénti optimalizálását. Ezen csoport legfontosabb képviselői az evolúciós (fejlődésen alapuló) módszerek, melyek megpróbálják a természet viselkedését leképezni az ipari folyamatokra.

1.1. táblázat

A statisztikai kísérlettervezés

Faktoriális tervek	Válaszfelület tervek
<ul style="list-style-type: none"> • Faktorszint váltás egyesével • Egyfaktoros • Csoportfaktoros • Teljes faktoriális X^k • Részleges faktoriális X^{k-p} • Shainin • Taguchi 	<ul style="list-style-type: none"> • Gauss-Seidel • Gradiens (Box-Wilson) • Szimplex • Sztochasztikus közelítések módszere
Négyzetes tervek	
<ul style="list-style-type: none"> • Latin négyzet • Görög-Latin négyzet • Hiper Görög-Latin négyzet 	<ul style="list-style-type: none"> • Youden négyzet • Lattice négyzet

A *négyzetes terveket*, kettőnél több beállítási lehetőséggel rendelkező faktor (a folyamat valamely állítható paramétere) egyidejű vizsgálatára használják. A faktorok száma korlátozott kell legyen a kezelhetőség érdekében. A végrehajtott kísérletek variancia elemzése (változékonyság elemzése) tájékoztatást ad a faktorok szignifikanciájáról (jelentőségéről).

2. A kísérletmódszertan lépései

A statisztikailag tervezett vizsgálatok alkalmazásának lépései az 2.1. táblázatban szerepelnek. Alapvető jelentőségű, hogy a lehető legtöbb szakmai tudás épüljön be a vizsgálatba a hibás tervezés és értelmezés megelőzése érdekében. Itt nagy segítséget jelenthet a korábbi folyamat-megfigyelésekből nyert ismeretanyag.

A vizsgálatot egy részlegközi csoport hajtja végre, amelyben a kísérlettervezés és a statisztika területének szakértői mellett olyanok is részt vesznek, akik jól ismerik az adott folyamat technológiáját. Különös figyelmet kell fordítani arra, hogy a vizsgálat sikeressége nagymértékben függ a gépkezelők együttműködésétől. A különböző részlegek dolgozói közti együttműködés meglepő hatásokat eredményezhet. Gyakran már azáltal is javulás érhető el, hogy a tervezés szakemberei tapasztalatot cserélnek a gyártás szakembereivel.

Minél ügyesebben terveznek meg egy kísérletet, annál kisebb a végrehajtáshoz szükséges ráfordítás, és annál megbízhatóbb a kísérlet kiértékeléséből

levont következtetés. Ennek következtében a tervezés bír a legnagyobb jelentőséggel. A legtöbb ráfordítás a megvizsgálni kívánt faktorok összeállításához és kiválasztásához, valamint a kölcsönhatások becsléséhez szükséges. Ezek lényeges előfeltételei a végrehajtási költségek csökkentésének.

2.1. Hibatényezők csökkentése

- ismétlés
 - egy beállítással
 - beállítások változtatásával

A kísérleteket precízen kell végrehajtani. A változó folyamatparaméterek pontos beállítása mellett figyelmet kell szentelni a mértékegységek megállapítására és az előállított termékek jelölésére is. Őrizkedni kell attól, hogy a kísérleti tervet odaadjuk a gépkezelőnek, és az eredményekben vakon megbízunk. Különösképpen nagyobb kísérleti terveknél könnyen hiba csúszhat a végrehajtásba. Emiatt a kísérleteket több szakértő személy jelenlétében kell végrehajtani. Ha a gépkezelőt magára hagyják, akkor ő önhatalmúlag eltérhet a tervtől, és ezt nem dokumentálja. Egy ilyen vizsgálat eredményei semmitmondóak, sőt félrevezetőek lehetnek.

2.1. táblázat A kísérletmódszertan lépései

<p>Előkészítés</p> <ul style="list-style-type: none"> • faktorok meghatározása <ul style="list-style-type: none"> ▪ kiválasztás ▪ mértékegység ▪ mérési pontosság ▪ mérési mód • faktor szintek • optimalizációs paraméter
<p>Tervezés</p> <ul style="list-style-type: none"> • kölcsönhatások becslése • kísérlettervezési technika kiválasztása • kísérletterv elkészítése
<p>Végrehajtás</p> <ul style="list-style-type: none"> • Paraméterek beállítása • Minőségi jellemző meghatározása
<p>Elemzés</p> <ul style="list-style-type: none"> • grafikus módszer • statisztikai módszer • optimális faktorszintek meghatározása <p>vagy</p> <ul style="list-style-type: none"> • visszatérés az előkészítéshez vagy a tervezéshez
<p>Igazoló kísérletek</p> <ul style="list-style-type: none"> • tervezés • végrehajtás • kiértékelés

A hibás értelmezés megelőzése érdekében elfogadhatósági szempontból a kísérletek eredményét ellenőrzetik technológiai szakértőkkel. A kiértékelés során jó szolgálatot tehetnek a grafikus eljárások, mint pl. a hatásdiagramok.

A kísérleti eredményeket feldolgozás után továbbítják a vezetés felé. Erre jó megoldást jelenthet az elért javítás olyan ábrázolása, mely kiemeli a régi és az új állapot közötti különbséget. Amennyiben lehetséges, a javítást pénzügyi egységben (pl. költségek) fejezik ki. Hatásosan alkalmazható Taguchi veszteségfüggvénye is.

3. Kísérlettervezés előkészítése

3.1. Faktor

A faktor egy mérhető vagy minősíthető változó mennyiség, amely adott időpontban meghatározott jellemzőkkel bír, és hatást gyakorol a folyamatot jellemző mennyiségre (optimalizációs paraméter).

Faktor figyelmen kívül hagyásának kockázata:

- Növekszik a kísérleti hiba
- Nem a valódi optimális beállítást találjuk meg

Lényegtelen faktorok kiszűrése: rostáló módszerek (ha a faktorszám > 15)

- Véletlen kiegyenlítés módszere
- Plackett-Burman tervek
- Shainin technikák
- ANOVA

Feladatok:

- Faktor megválasztása
- Mértékegység megválasztása
- Mérési pontosság megválasztása
- Mérési mód megválasztása

Faktorokkal szembeni követelmények:

- közvetlenül az objektumra irányuljon a hatása (egyértelmű)
- függetlenség, pl. termodinamikus rendszer, faktorok: nyomás, hőmérséklet, térfogat $pV=nRT$
- összeegyeztethetőség (veszélytelenség)

3.1.1. Faktorok osztályozása

Kezelhetőség szempontjából:

- Kézben tartható (irányítható): a faktor bármely értelmezési tartományon belüli értéke beállítható különösebb anyagi vagy műszaki jellegű nehézség nélkül, és a kísérlet során állandó értéken tartható → aktív kísérletek
- Nem kézben tartható (Taguchi zajfaktor): a faktor értelmezési tartományon belüli bármely értékeinek beállítása gazdasági, műszaki vagy más jellegű nehézségbe ütközik vagy megoldhatatlan → passzív kísérletek

Összetettség szempontjából:

- egyedi
- összetett, pl. két komponens hányadosa

Értékelés szempontjából:

- mennyiségi: idő, hőmérséklet, tömeg, darabszám, reakcióidő, koncentráció, adagolási sebesség, PH érték
- minőségi: anyagtípus, minőség, technológiai eljárás típusa, készülék, dolgozó személye

Értékkészlet szempontjából:

- folytonos: idő, hőmérséklet
- diszkrét értékekkel rendelkező: darabszám

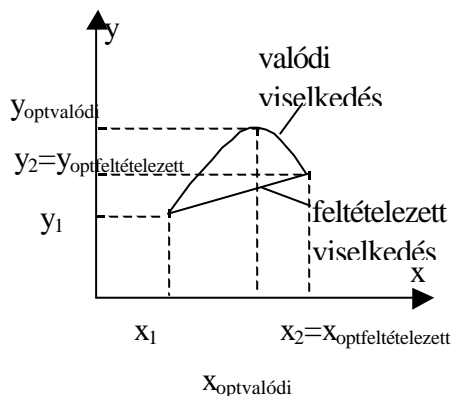
3.1.2. Példák a faktorok kiválasztására

1. Butadién-sztirol-kaucsuk telítetlen savak sóival történő vulkanizálása [Adler 1977]
Faktorok: vulkanizálási hőmérséklet, vulkanizálási idő, iniciátor mennyisége, vulkanizáló hatóanyag mennyisége, oxid mennyisége oxid típusa (cink oxid, magnézium oxid), savmaradék típusa (metakrilát, maleát), sókation típusa (Na^+ , Mg^{2+}).
2. Az alumínium elektrolízises előállítási folyamatának vizsgálata [Adler 1977]. Faktorok:
 - A – az elektrolizáló kád feszültsége;
 - B – az elektrolízis üzemeltetési szakaszai közötti idő;
 - C – a magnézium-fluorid koncentrációja az elektrolitben;
 - C – a kalcium-fluorid koncentrációja az elektrolitben;
 - D – a kriolit hányados;
 - E – az elektrolit szintje a kádban;
 - F – a szénhabelvétel operációi közötti idő.
3. A rezisztorgyártás optimalizálása [Adler 1977]. Faktorok:
 - A – a sajtolás során fellépő nyomás;
 - B – a sajtolás során fellépő hőmérséklet;
 - C – a nyomás alatt tartás ideje;
 - D – a muffolában levő hőmérséklet a sajtolás során;
 - E – a hőntartás ideje;
 - F – a töltőanyag diszpergáltsága;
 - G – az adalékanyag és töltőanyag aránya;
 - H – a samotkozás során fennálló nyomás;
 - I – a korom diszpergáltsága;
 - J – a samotkozás ideje;
 - K – a talpazat kerámiájának minősége;
 - L – az adalékanyag diszpergáltsága.
4. A szulfátcellulóz főzési folyamatának vizsgálata [Adler 1977]. Faktorok:
 - A – az aktív lúg koncentrációja a főzőoldatban (Na_2O egységekben);
 - B – az oldat szulfittartalma;
 - C – a főzés véghőmérséklete;
 - D – a hőmérsékletnövekedés időtartama a véghőmérséklet eléréséig;
 - E – a főzés időtartama a véghőmérsékleten.
5. A molibdénérc dúsítási folyamatának vizsgálata [Adler 1977]. Faktorok:
 - A – az érc aprítási ideje;
 - B – a szükséges nátriumoleát mennyisége;
 - C – a szükséges alkáliszulfát mennyisége;
 - D – a szükséges szóda mennyisége;
 - E – a szükséges petróleum mennyisége.
6. A cirkónium és hafnium sósavoldatból való extrakciós folyamatának optimalizálása [Adler 1977]. Faktorok:
 - A – a fém koncentrációja;
 - B – a sav koncentrációja;
 - C – az alkohol koncentrációja;
 - D – a fázisok térfogatainak aránya.
7. Gépkocsi-ipari beszállítónál csövet préselnek egy furatba, és ragasztóval megerősítik. Az illeszkedés vizsgálata a kiszakítási nyomaték mérésével [Kemény 1999]. Faktorok:

- A – a furat átmérője;
 B – a ragasztó típusa;
 C – a ragasztó mennyisége.
8. Gépkocsi-ipari beszállítónál furatba préselnek egy tengelyt, a cél a kiszakítási nyomaték előírt minimális értékének elérése [Kemény 1999]. Faktorok:
- A - ragasztó típusa;
 B - ragasztó tömege;
 C - tengely-tisztítás;
 D - ház-tisztítás;
 E - bepréselési nyomás;
 F - állási idő;
 G - ragasztó alkalmazási módja.

3.2. Szint

A faktorok kiválasztását követő lépés a szintek számának és értékeinek meghatározása. A szintek azon faktorértékek, amiket kipróbálunk a kísérletek során. Elsőként tisztáznunk kell, hogy milyen értékhatárok között változtathatjuk a kísérletek során az egyes befolyásoló tényezők értékeit. A tapasztalatok alapján a gyakorlatban használt értékek határozzák meg legtöbbször az intervallumot. A költségek mértékét általában alacsony szinten szeretnénk tartani, ezért legtöbbször két értéket jelölünk meg feltételezve, hogy közöttük lineárisan viselkedik a folyamat.



3.1. ábra Hibás szintválasztás kockázata

Amennyiben nem lehetünk biztosak a lineáris viselkedésben, három vagy több szint kijelölése szükséges, különben könnyen „átléphetünk” a számunkra fontos értékek felett (3.1. ábra). Ha a folyamat robusztus tervezése a cél, semmiképp ne válasszunk háromnál kevesebb szintet. A kipróbálásra kerülő értékeket úgy határozzuk meg, hogy az alkalmazásukkal előállított termék „jó” legyen, azaz semmiképp ne válasszunk olyan értéket, amelyről előre tudjuk, hogy a vele előállított termék biztosan nem felel meg (pl. tűrésmezőn kívülre esik). Részesítsük előnyben az olyan értékeket, amelyek közül egynél várhatóan „nagyon jó”, míg másoknál „nem olyan jó” lesz a termék.

Kísérletezésre kutatási, folyamatvizsgálati célból is sor kerülhet, ilyenkor a fenti javaslatok nem érvényesek, sőt a szélsőséges faktorértékek betervezése kifejezetten kívánatos. Mindkét esetben fontos megkötés, hogy csak összeférhető szinteket válasszunk.

3.2.1. Jelölésmód

- előjellel (kétszintes eset): pl. A_+ , A_-
- betűjellel (kétszintes eset): pl. A_J , A_R (J-feltételezhetően jó eredményhez vezető szint, R-feltételezhetően gyengébb eredményhez vezető szint)
- betűjellel (háromszintes eset): pl. A_A , A_K , A_F (A-alsó szint, K-középső szint, F-felső szint)
- számmal (háromszintes eset) pl. A_1 , A_2 , A_3

3.3. Optimalizációs paraméter (minőségi jellemző)

A folyamat eredményének mértéke. Ideális esetben numerikus mennyiség. Ha a folyamatot több mennyiség együttesen jellemzi, akkor mesterséges optimalizációs paramétert ún. általános értékelési kritériumot (ÁÉK) állítunk fel.

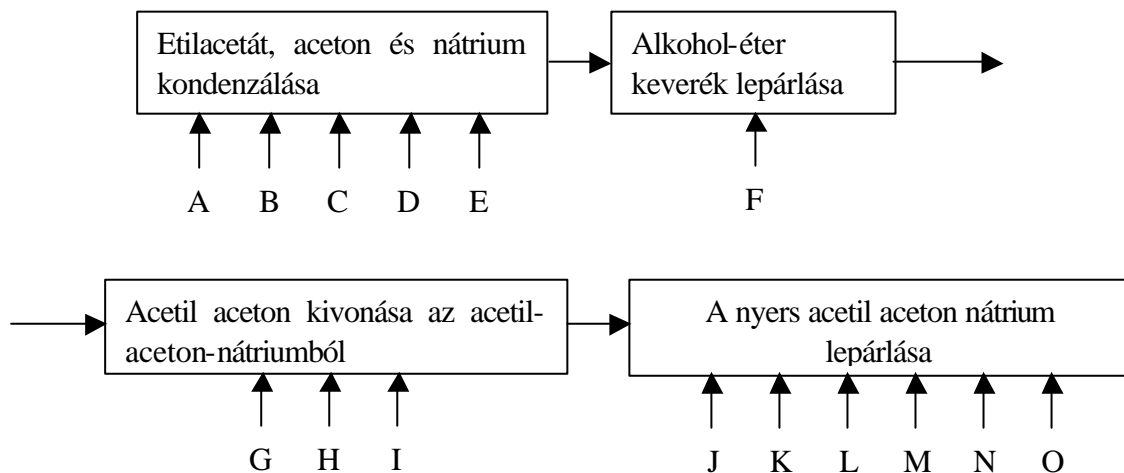
Típusai:

- kisebb a jobb
- nagyobb a jobb
- célérték a jobb

Az optimalizációs paraméterrel szemben támasztott elvárások:

- lehetőleg számmal kifejezhető legyen, ha nem mérhető, akkor rangsorolás
- bármely faktorszint kombináció eredménye mérhető legyen → értékkészlet
- egyetlen szám vagy ÁÉK
- egyértelműség, azaz egy faktorszint kombinációhoz egy eredmény + véletlen változékonyság
- kielégítő pontossággal lehessen mérni
- Legyen univerzális (teljes) – segítségével a folyamat sokoldalúan jellemezhető pl. ÁÉK
- Legyen egyszerűen és könnyen kiszámítható
- Legyen fizikailag értelmezhető

Pl.: Acetil aceton előállítása [Adler 1977]. A folyamat lépései (3.2. ábra):



3.2. ábra Acetil aceton előállítási folyamatának lépései

Faktorok: a kondenzálás reakcióhője (A), az aceton hozzáöntésének időtartama (B), a kondenzálás időtartama (C), a komponensek aránya (D), keverési sebesség (E), a száraz maradék véghőmérséklete (F), pH érték (G), a sósav adagolási sebessége (H), a kiválasztódás hőmérséklete (I), az alkohol-éter keverék desztillációs hőmérséklete az első frakcióban (J), az alkohol-éter keverék desztillációs hőmérséklete a második frakcióban (K), az alkohol-éter keverék desztillációs hőmérséklete a harmadik frakcióban (L), az első frakció desztillációs időtartama (M), a második desztillációs időtartama (N), a harmadik desztillációs időtartama (O).

Végezzük-e el az optimalizálást a teljes folyamatra egyszerre vagy az egyes szakaszokra külön-külön? Ha az egyes szakaszok kimenete jellemezhető egyetlen mennyiséggel, ami magában foglal minden olyan információt, ami a következő szakasz bemenetének jellemzéséhez szükséges, akkor

szakaszként optimalizáljunk, mert az sokkal kevesebb kísérletet (kiadást) igényel, mint a teljes folyamatra egyszerre végrehajtott optimalizáció.

4. Hagyományos faktoriális kísérlettervezési módszerek

4.1. Faktorszint váltás egyesével (one-by-one módszer)

Több faktor hatásának vizsgálatára a legegyszerűbb eljárás az one-by-one módszer. Itt egyszerre mindig csak egy faktort változtatnak, a többi változatlan marad. Mivel ez egy könnyen ismételt eljárás, ezért nagyfokú egyszerűsége ellenére jelentős javulást eredményez bármely tervezetlen eljárással szemben. Kétszintes esetben a kísérletek száma = faktorszám + 1.

Tegyük fel, hogy három kétszintes faktorunk van. A kísérlettervet a táblázat tartalmazza.

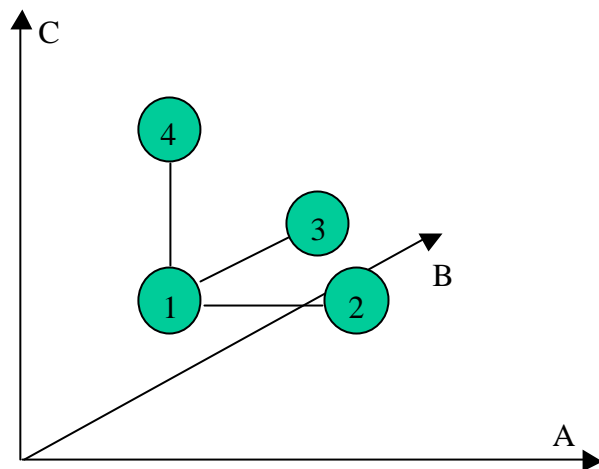
4.1. táblázat A múltban számos jelentős tudós

	A	B	C
1	1	1	1
2	2	1	1
3	1	2	1
4	1	1	2

(Galilei, Newton) ezt a módszert alkalmazta. Az egyfaktoros módszernek hátrányai is vannak más kísérlettervezési módszerekkel szemben:

- nehéz felismerni a faktorok közötti kölcsönhatást, mivel mindig csak egy faktor változik;
- a vizsgálat során nem lehet figyelembe venni az egyéb zavaró hatásokat.

Ezen okok miatt fejlesztették ki a továbbiakban ismertetésre kerülő kísérleti terveket, melyek lehetővé teszik egyszerre több faktor vizsgálatát.



4.1. ábra Kísérletek a faktortérben

4.2. Egyfaktoros módszer

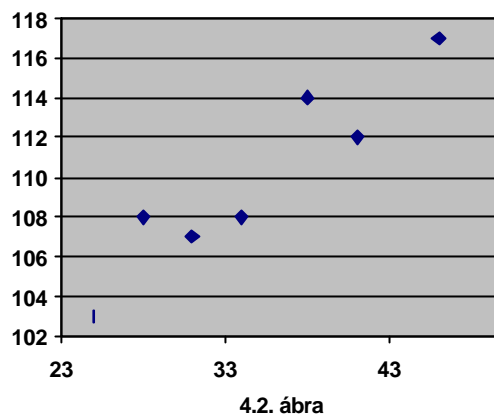
Egyetlen faktossal és több szinttel dolgozó terv. Az eredmények kiértékelésére interpolációt vagy regressziót alkalmazunk.

A *regresszió elemzés* lehetővé teszi a vizsgált faktor hatásának modellezését a vizsgált értéktartományon belül. Általában akkor alkalmazzák, ha az egyes faktorszintekhez számszerűsíthető, mérhető értékek társíthatók. További előfeltétel az is, hogy minden faktorszint esetén a kísérlet eredményeként mért érték normál eloszlású legyen, és varianciája ne függjön az adott kísérletet jellemző paramétertől (homogén variancia).

Az elemzés során abból indulunk ki, hogy a faktor és a minőségi jellemző egy kétdimenziós teret (síkot) alkotnak, ahol minden egyes sor a kísérlettervből egy síkbeli pontnak felel meg. Az elemzés során megpróbálunk egy szabályos görbét illeszteni erre a ponthalmazra úgy, hogy az egyes pontok görbétől mért y irányú távolságainak négyzetösszege minimális legyen. A görbe matematikai leírásának ismeretében megkeressük azt a paraméterértéket, amely a számunkra optimális minőségi jellemzőt nyújtja. A meghatározott függvénykapcsolat csak a faktor kísérletekben kipróbált szélsőértékei által behatárolt intervallumban érvényes. Az extrapoláció nem lehetséges.

Kövessük végig az eljárást lineáris regresszió esetén. Akkor tekintjük lineárisnak a regressziót, ha a faktor értékváltozása és a kísérlet eredményének változása között egy egyenessel ábrázolható a kapcsolat.

Tegyük fel, hogy egy kísérlet eredménye képpen a 4.2. táblázatban szereplő értékeket kaptuk. A pontok grafikus ábrázolása a 4.2. ábrán szerepel. Ránézésre feltételezhető, hogy kapcsolat van az x (faktorérték) és az y (mért eredmény) között, és elképzelhető, hogy ez a kapcsolat lineáris. Ahhoz, hogy megbizonyosodjunk első benyomásunk helyességén, ki kell számolnunk a korrelációs együtthatót (4.1.).



4.2. táblázat A kísérlet eredményei

x (faktorérték)	y (mért érték)
25	103
28	108
31	107
34	108
38	114
41	112
46	117

$$r = \frac{s_{xy}^2}{s_x \cdot s_y} \quad (4.1.)$$

ahol: s_{xy}^2 - xy közös korrigált tapasztalati szórásnégyzete

S_x - x korrigált tapasztalati szórása

S_y - y korrigált tapasztalati szórása

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i = 34,7143 \quad (4.2.)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i = 109,8571 \quad (4.3.)$$

$$s_{xy}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{k - 1} = 33,1190 \quad (4.4.)$$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{k - 1}} = 7,4322 \quad (4.5.)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})^2}{k - 1}} = 4,7409 \quad (4.6.)$$

$$r=0,9399$$

A fenti képletekben k a mérések számát jelölte (k=7). A kiszámított értékeket behelyettesítve a (4.1.)-ba megkapjuk r értékét. A korrelációs együttható értelmezése az empirikus módszerrel és a t-próbával lehetséges.

4.2.1.1. Empirikus módszer

Ha	$ r = 1$	x és y között lineáris kapcsolat van,
	$0,7 < r < 1$	egyértelmű (pozitív/negatív) korreláció áll fenn,
	$0,3 < r < 0,7$	bizonytalan (pozitív/negatív) korreláció áll fenn,
	$ r < 0,3$	x és y nem korrelált.

A mi esetünkben egyértelműen megállapítható a pozitív korreláció, és mivel az érték 1-hez közeli, valószínű a lineáris kapcsolat.

4.2.1.2. t-próba

Az adott feltételekre kiszámítunk egy t_{sz} értéket (4.7.), és ezt összehasonlítjuk a szabadságfok (ν) és a választott szignifikancia szint (α) által meghatározott táblázatbeli kritikus értékkel. Amennyiben

$ t_{sz} \leq t_{krit}$	akkor $(1-\alpha) \cdot 100$ % valószínűséggel állíthatjuk, hogy nincs lineáris kapcsolat x és y között.
$ t_{sz} > t_{krit}$	akkor $(1-\alpha) \cdot 100$ % valószínűséggel állíthatjuk, hogy lineáris kapcsolat van x és y között.

A becslés szabadságfoka $\nu = k - 2 = 5$, mivel a lineáris regresszió által meghatározott egyenes képletében két paramétert kell majd megbecsülnünk. Ha 99%-os biztonsági szinten akarunk nyilatkozni, a szignifikancia szint $\alpha = 0,01$ lesz. A t_{sz} értékét meghatározó képlet:

$$t_{sz} = r \cdot \sqrt{\frac{u}{1-r^2}} = r \cdot \sqrt{\frac{k-2}{1-r^2}} = 6,155 \quad (4.7.)$$

Kétoldali esettel számolva a táblázatból kivett kritikus érték:

$$t_{krit} = t_{\nu, 1-\alpha/2} = t_{5; 0,995} = 4,032$$

A számított érték ennél nagyobb, így 99%-os biztonsággal állíthatjuk, hogy x és y között lineáris kapcsolat áll fenn.

4.2.1.3. Az egyenes egyenlete

Grafikusan ábrázolva a pontokat láthatjuk, hogy nem egy egyenesen helyezkednek el. Az elméleti egyenestől való eltéréseket a véletlen szórás okozza. A pontok elhelyezkedését az

$$y_i = a \cdot x_i + b + \varepsilon_i \quad (4.8.)$$

egyenlettel modellezhetjük. Az $a \cdot x_i + b$ rész fejezi ki a lineáris összefüggést, míg az ε_i -k egymástól független normális eloszlású véletlenszámok, melyeknek várható értéke 0. Célunk az egyenes egyenletének meghatározása oly módon, hogy a mért értékeket ábrázoló pontok függőleges irányban a lehető legkisebb távolságra legyenek az egyenestől. Az a és b paramétereket a legkisebb négyzetek elvének alkalmazásával becsüljük meg. Az eltérések négyzetösszege:

$$Q = \sum_{i=1}^k (y_i - a \cdot x_i - b)^2 \quad (4.9.)$$

Olyan egyenest keresünk, amelynél ez az érték minimális. Itt (4.9.)-t egy kétváltozós (a és b) függvénynek tekintjük, mely ott vesz fel szélsőértéket, ahol az a illetve b szerinti elsőrendű parciális

deriváltak (4.10.)(4.11.) nulla értékűek lesznek. Amennyiben a másodrendű deriváltak (4.12.)(4.13.) pozitívak, ez a szélsőérték egy minimum pont.

$$\frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{I}a} = -2 \sum_{i=1}^k x_i (y_i - a \cdot x_i - b) \quad (4.10.)$$

$$\frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{I}b} = -2 \sum_{i=1}^k (y_i - a \cdot x_i - b) \quad (4.11.)$$

$$\frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{I}^2 a} = 2 \sum_{i=1}^k x_i^2 \quad (4.12.)$$

$$\frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{I}^2 b} = 2 \cdot k \quad (4.13.)$$

Az elsőrendű deriváltakat egyenlővé téve nullával egy kétismeretlenes lineáris egyenletrendszerhez (16) jutunk a-ban és b-ben.

$$\begin{cases} a \cdot \sum_{i=1}^k x_i + b \cdot k = \sum_{i=1}^k y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^k x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^k x_i = \sum_{i=1}^k x_i y_i \end{cases} \quad (4.14.)$$

Az egyenletet megoldva az

$$a = \frac{s_{xy}^2}{s_x^2} = r \cdot \frac{s_y}{s_x} \quad (4.15.)$$

$$b = \bar{y} - \frac{s_{xy}}{s_x^2} \cdot \bar{x} \quad (4.16.)$$

képletekhez jutunk. Behelyettesítve az aktuális értékeket:

$$a = 0,60$$

$$b = 89,04$$

A keresett egyenes egyenlete :

$$y = 0,60 \cdot x + 89,04$$

4.3. Csoportfaktoros kísérletterv

Gyakran előfordul, hogy a probléma megoldásához elegendő a rendelkezésre álló feltevések igazolása (igazolós kísérletek). Pl. a futó folyamatokra vonatkozó adatelemzés vagy korábbi kísérletek eredményei arra engednek következtetni, hogy egy bizonyos folyamat-beállítás jelentős javuláshoz vezet. Ilyen helyzetben a kísérletekhez kapcsolódó ráfordítások szintjének alacsonyan tartása érdekében a következő stratégia követése ajánlott:

- az egyes faktorok összefoglalása egyetlen csoportfaktorba,

- a csoportfaktor vizsgálata egy egyfaktoros kísérlettel,
- megfelelő kiértékelési módszerek alkalmazása.

4.3. táblázat

Csoportfaktor

Faktor/szint	Kenhetőség	Kalóriatartalom	Ár
-	alacsony	magas	magas
+	magas	alacsony	alacsony

Kövessük végig az eljárást egy egyszerű példán keresztül. Növelni kell az eladott csomagok számát egy margarinfajta esetében. Minőségi jellemzőnek az eladott csomagok számát tekintjük egy reprezentatívnek minősülő áruházban. Befolyásoló tényező a kenhetőség, az ár, az eltarthatóság és a kalóriatartalom. A szakértők arra számítanak, hogy a kenhetőség növelése, valamint a kalóriatartalom és az ár csökkentése az eladások mértékének növekedéséhez vezet. Az eltarthatóságot nem tekintik lényeges tényezőnek az eladott darabszám szempontjából. Az eljárás célja az, hogy ezeket a feltevéseket megvizsgáljuk, és nem az, hogy az egyes hatásokat részleteikben megállapítsuk.

Első lépésként a fentiek szerint kialakítjuk a 3. táblázatban szereplő csoportfaktorot. Ennek (-) szintre állítása esetén a kenhetőség alacsony, a kalóriatartalom magas, az ár magas. A csoportfaktorok alkalmazásának előnye abban áll, hogy a szükséges ráfordítás egy egyfaktoros kísérlettel megegyező. Az egyes befolyásoló tényezők hatásaira vonatkozóan azonban nem jutunk információkhoz.

4.3.1. Kiértékelés

Az alkalmazható módszerek sorából kettőt ismertetünk az alábbiakban. Az egyik a hagyományos *t-próba*, míg a másik Tubey paraméter nélküli *End-Count tesztje*, melyet a különösen alacsony mintaszám jellemez.

4.3.1.1 t-próba

A *t-próba* két minta átlagainak összehasonlítására szolgál. A teszt eljárás módja attól függ, hogy ismert-e a két eloszlás szórása, és hogy azonos méretű-e a két minta. Az alábbiakban ismeretlen szórás és különböző mintanagyság esetére ismertetjük a módszert.

4.4. táblázat

Kísérleti eredmények

Faktor	Eladott darabszám						$\bar{y}_{\text{át}}$
-	6000 (ápr.)	5000 (jan.)	6250 (jún.)	5500 (dec.)	6100 (szept.)	5900 (aug.)	5792
+	8000 (febr.)	8500 (márc.)	8100 (okt.)	6500 (máj.)	7800 (júl.)	8250 (nov.)	7858

Lehetőség szerint törekedni kell a kísérletek véletlen sorrendben történő végrehajtására. Mindig egy hónapig (-) vagy (+) jelzetű termékeket adnak el. Azt, hogy mikor melyiket dobják piacra sorshúzással döntenek el. Minden hónapban megállapítják az eladott darabszámot. Mindkét beállítást egy $n_+ = n_- = 6$ hónapos időtartamon tesztelik. A vizsgálat eredményeit a 4.4. táblázat tartalmazza.

Kiértékelés céljára kiszámítják a két folyamat-beállításhoz kapcsolódó átlagértékeket. A csoportfaktor (-) szintre állítása mellett átlagosan 5792 csomagot, míg a (+) szint beállítása esetén

átlagosan 7858 csomagot adtak el. Felvetődik azonban a kérdés, hogy az eladásokban megfigyelt különbség véletlen természetű-e vagy a megváltoztatott beállítási szintre vezethető-e vissza. Első lépésként kiszámítjuk a két mintából nyert szórásbecslést:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_+} (y_{j+} - \bar{y}_+)^2 + \sum_{j=1}^{n_-} (y_{j-} - \bar{y}_-)^2}{n_+ + n_- - 2}} = 597 \quad (4.17.)$$

A t_{sz} tesztstatisztika értéke:

$$t_{sz} = \frac{\bar{y}_+ - \bar{y}_-}{s \sqrt{\left(\frac{1}{n_+} + \frac{1}{n_-}\right)}} = 5,99 \quad (4.18.)$$

Esetünkben $s=597$ és $t_{sz}=5,99$. A t érték $\nu=(n_++n_- - 2)=(6+6-2)=10$ szabadságfokkal rendelkezik. Tesztelni kell a folyamatok azonos középértékének feltételezését ($H_0; \mu_+ = \mu_-$) szembeállítva a különböző középértékek feltételezésével ($H_1; \mu_+ > \mu_-$). Példánkban ezt a tesztet 5%-os szignifikancia ($\alpha=1-0,95=0,05$) szinten kell végrehajtani. A $\nu=10$ és $\alpha = 0,05$ értékpárhoz a $t_{\nu; 1-\alpha/2} = t_{10; 1-0,025} = t_{10; 0,975} = 2,288$ tartozik (kétoldali eset) a t -eloszlás táblázatban. A H_0 nullhipotézist $t_{sz} > t_{\nu; 1-\alpha/2}$ egyenlőtlenség fennállása esetén vetjük el. Mivel $5,99 > 2,288$, elvethetjük a nullhipotézist. Így 95%-os biztonsággal kijelenthetjük, hogy a (+) beállításnál több darabot tudunk eladni, mint a (-) szint esetén.

Általánosan megfigyelhető, hogy a t -próba érzékenysége növekszik a mintanagysággal. Az itt alkalmazott mintanagyság mellett csak az erős hatások mutathatók ki. A próba az egyes beállításokon belül a normális eloszlás feltételezésén alapul, azonban mégis viszonylagosan érzéketlen az ezen feltevéstől való eltérések iránt.

4.3.1.2 End-Count teszt

A kísérletekkel kapcsolatos ráfordítások csökkentése érdekében gyakran ajánlják az ún. *paraméter nélküli* eljárásokat. Ezek egyike a Tubey által kifejlesztett End-Count teszt, melyet Shainin B vs. C (Better Versus Current) névvel jelöl. Ennek segítségével lehetővé válik az összehasonlítás elemi valószínűségszámításra történő visszavezetése.

4.5. táblázat *Kísérlet végrehajtása csoportfaktoros vizsgálatnál*

Hónap	Csoportfaktor (+/- szintek véletlen sora)	Eladott darabszám
január	-	5000
február	+	8000
március	+	8500
április	-	6000
május	+	6500
június	-	6250
július	+	7800
augusztus	-	5900
szeptember	-	6100

október	+	8100
november	+	8250
december	-	5500

4.6. táblázat Sorba rendezett kísérleti eredmények

Eladott darabszám	Faktorbeállítás
8500	+
8250	+
8100	+
8000	+
7800	+
6500	+
6250	-
6100	-
6000	-
5900	-
5500	-
5000	-

Az eljárást a margarin eladási esetre ismertetjük. A faktort (csoportfaktor) hatszor kell beállítani úgy a (+), mint a (-) szintre. A kísérletek eredménye képpen a 4.5. táblázatban látható eredmény sor állt elő. Nagyság szerint sorbarendeve az adatokat a 4.6. táblázatot kapjuk. Tizenkét érték ismétlődés nélküli elrendezésére $924 \left(\frac{12!}{6! \cdot 6!} \right)$ különböző lehetőség van.

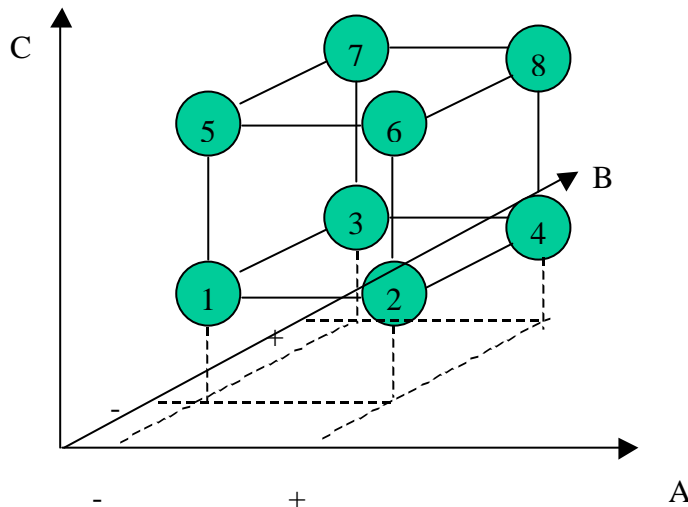
1/924 azaz 0,1% annak a valószínűsége, hogy egy ilyen elrendezés véletlenszerűen bekövetkezik. Tehát kiindulhatunk abból, hogy példánkban 99,9%-os valószínűséggel a (+) beállítási szinttel jobb eredményeket érünk el, mint a (-) szint esetén. Ezzel igazoltuk a szakértők feltevését.

Az eljárás különösen alacsony mintanagysággal dolgozik, és ezért a kísérletek véletlenszerű végrehajtását igényli. Óvakodni kell attól, hogy pl. hat régebbi eredményt hat új, egymás után végrehajtott kísérlet eredményével hasonlítsunk össze.

4.4. Teljes faktoriális kísérletterv

A teljes faktoriális kísérlet egy olyan módszer, amely lehetővé teszi az egyes faktorok és ezek együttes hatásának vizsgálatát a minőségi jellemzőre vonatkozóan. Az egyfaktoros módszerrel szemben itt egyszerre több faktort változtatnak. Ezáltal lehetővé válik a beállításokhoz kapcsolódó középértékek és az ún. hatások számítása. Megkülönböztetjük a főhatásokat, amelyek az egyes faktorok beállításából erednek, és a kölcsönhatásokat, amelyek több faktor egyidejű beállításának eredményeképpen keletkeznek. Így jobban megfigyelhetők a valós folyamat tulajdonságai, mint az one-by-one módszernél.

A teljes faktoriális terv alkalmazását keresztül (4.6. A kísérlet célja megvizsgáljuk fordulatszám hatását a tervet egy segítségével meghatározzuk kísérletek segítségével, míg X a Két kétszintes ennek kísérletet



4.4. ábra A teljes faktoriális kísérletterv a faktortérben

megállapítása a következő szabályok alapján történik. (-) -al kezdve az első faktor két soronként váltja az előjelét. A második faktor szintén (-) -al kezd, és soronként váltja az előjelét.

Első lépésként a kísérleti tervben az egyes faktorokhoz egy-egy oszlopot rendelünk. Az első oszlopban az A faktor (fordulatszám), míg a másodikban B faktor (előtolás) fog szerepelni. Ezután meghatározzuk a két beállítást (szintet) az egyes faktorok számára, és ezeket "+" és "-" -al jelöljük. A vizsgálatra kerülő faktorszinteket úgy kell kiválasztani, hogy azok a lehető legtöbb információt nyújtsák számunkra. A fordulatszám esetében a "-" 500 ford/perc-nek, míg a "+" 1000 ford/perc-nek felel meg. Az előtolásnál a "-" 30 cm/perc-et, a "+" 40 cm/perc-et jelöl (4.8. táblázat).

Az első vizsgálatnál A-t és B-t is "-" szintre állítjuk. A mért érdesség mélységét (R_t), azaz a $15 \mu\text{m}$ -t bevezetjük a táblázatba. A második vizsgálatnál A-t "-"

4.7. táblázat

	A	B	C
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

egy egyszerű példán táblázat) mutatjuk be, az, hogy az esztergálás során a (A) és az előtolás (B) felületi érdességre. A táblázat (tervmátrix) írjuk le. Először a szükséges számát a X^n képlet ahol n a faktorok, szintek számát jelöli. A faktor vizsgálata megfelelően 2^2 azaz 4 igényel. Az előjelek

4.7. táblázat Teljes faktoriális kísérleti terv

	A	B	R_t
1	-	-	15
2	-	+	5
3	+	-	40
4	+	+	30

4.8. táblázat Faktor értékek

Szint	A [ford/perc]	B [cm/perc]
-	500	30
+	1000	40

"-ra és B-t "+"-ra állítjuk, és így az 5 µm-es R_t érték keletkezik. Ezzel a módszerrel végrehajtjuk a kísérlettervet. Miután rendelkezésre áll mind a négy eredmény, elkezdődhet a kiértékelés.

4.4.1 Kísérletek kiértékelése

A kiértékelés megkönnyítése érdekében egy ún. kiértékelő mátrixot állítunk össze (4.9. táblázat). Ez tartalmazza a faktorok és a kölcsönhatások oszlopát valamint az eredményeket. A kölcsönhatások oszlopát az érintett faktoroszlopok összeszorozásával képezzük. Hasonló módon több (három, négy, stb.) faktor kölcsönhatását is meghatározhatjuk.

4.9. táblázat

Kiértékelő mátrix

	A	B	AB	R_t
1	-	-	+	15
2	-	+	-	5
3	+	-	-	40
4	+	+	+	30

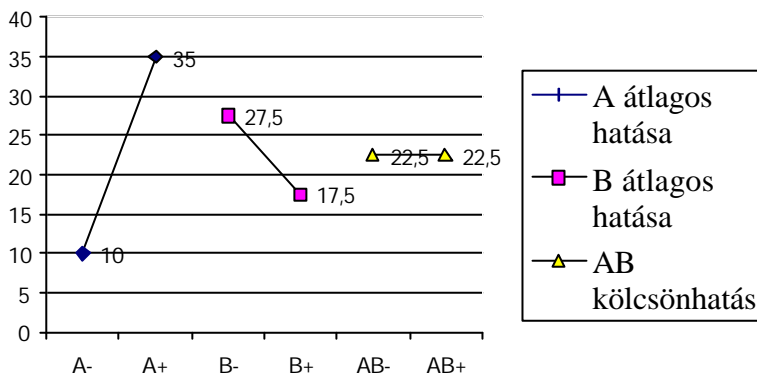
Kiértékelési módszerek:

- egyszerű hatásvizsgálat
- variancia elemzés
- függvénykapcsolat meghatározása

Az alábbiakban a hatásvizsgálatot tekintjük át. A variancia elemzés ismertetésére a Taguchi féle kísérlettervek kiértékelésénél kerül sor. A függvénykapcsolat meghatározása nem része a jelen jegyzetnek.

4.4.2 Egyszerű hatásvizsgálat

Az egyszerű hatásvizsgálat során kiértékeljük az egyes faktorok változtatásának átlagos hatását és a kölcsönhatás átlagos befolyását a kísérletek eredményeire. Főhatásnak tekintjük a minőségi jellemző közepes változását egy faktor beállításának változtatása esetén. Például a fordulatszám főhatását az alábbi két érték különbségének képzésével állapítjuk meg:



4.5. ábra Az A faktor, B faktor és az AB kölcsönhatás átlagos hatása

- az összes olyan eredmény átlaga, amelynél a fordulatszám "+"-ra volt beállítva:

$$\bar{A}_+ = \frac{40+30}{2} = 35 \text{ mm}$$

- az összes olyan eredmény átlaga, amelynél a fordulatszám "-"-ra volt beállítva:

$$\bar{A}_- = \frac{15+5}{2} = 10 \text{ mm}$$

Ily módon a fordulatszám főhatásaként a $\bar{A} = 35 \mu\text{m} - 10 \mu\text{m} = 25 \mu\text{m}$ -es értéket kapjuk. Ez az eredmény azt jelenti, hogy a fordulatszám "-"-ról "+"-ra váltása átlagosan 25 µm -el növeli az R_t értékét (érdességmélység). Ezért a lehető legkisebb érdességmélység elérése érdekében a

fordulatszám "-"-ra állítása ajánlott. A kiértékelés során feltételezzük, hogy a faktor értékváltozása és az érdességméltség változása között a két kipróbált érték által meghatározott intervallumban lineáris kapcsolat áll fenn (4.5. ábra).

Az előtolás főhatását az alábbi két érték különbségeként állapítjuk meg:

- azon eredmények átlaga, amelyeknél az előtolás "+"-ra volt állítva:

$$\overline{B_+} = \frac{5+30}{2} = 17,5 \text{ mm}$$

- azon eredmények átlaga, amelyeknél az előtolás "-"-ra volt állítva:

$$\overline{B_-} = \frac{15+40}{2} = 27,5 \text{ mm}$$

Ily módon az előtolás főhatásának a $\overline{B} = -27,5 \mu\text{m} + 17,5 \mu\text{m} = -10 \mu\text{m}$ -es értéket kapjuk. Ez azt jelenti, hogy az előtolás "-" -ről "+" -ra váltása átlagosan 10 μm -el csökkenti az érdességméltséget. Ezért az előtolás esetében a "+" beállítást kell választani.

Kiegészítve a főhatások vizsgálatát, a teljes faktoriális terv lehetővé teszi a *kölcsönhatások* megfigyelését is. Kölcsönhatásról akkor beszélünk, ha egy bizonyos jelenség (hatás) csak a faktorbeállítások egy bizonyos kombinációja esetén figyelhető meg (pl. egy motor égési folyamatának optimalizálásánál csak egy bizonyos levegő-üzemanyag mennyiség arányánál érhető el az optimális teljesítmény). Ennek alapján két faktor kölcsönhatását úgy határozzuk meg, mint a két faktornak a minőségi jellemzőre gyakorolt együttes hatásának mértékét. Mivel ez a fogalom a gyakorlatban sokszor félreértéshez vezet, ezért az alábbiakban egy hétköznapi példán keresztül mutatjuk be. Egy beteg meghűlés ellen bevesz egy tablettát, ami kis mértékben rontja reakcióképességét. Tapasztalatból tudja, hogy egy pohár sör elfogyasztása egészen kis mértékben rontja a reakcióidejét. Azonban ha a gyógyszer után alkoholt fogyaszt, akkor az a reakcióképességének drasztikus romlását vonja maga után. Mindkét tényezőnek önmagában csekély hatása van, azonban kombinációjuk egy erős kölcsönhatást eredményez.

A kölcsönhatás nagyságát a kiértékelő mátrix AB oszlopa segítségével az alábbi két érték különbségeként számoljuk ki.

- azon eredmények átlaga, amelyeknél az AB oszlopban "+" szerepel:

$$\overline{AB_+} = \frac{15+30}{2} = 22,5 \text{ mm}$$

- azon eredmények átlaga, amelyeknél az AB oszlopban "-" szerepel:

$$\overline{AB_-} = \frac{5+40}{2} = 22,5 \text{ mm}$$

A kölcsönhatás értéke $\overline{AB} = \frac{15+30}{2} - \frac{5+40}{2} = 0 \text{ mm}$. A jelen esetben nem lép fel kölcsönhatás, így

a folyamat optimális beállításához a főhatásokból indulunk ki. Az optimális faktorértékek: A B₊

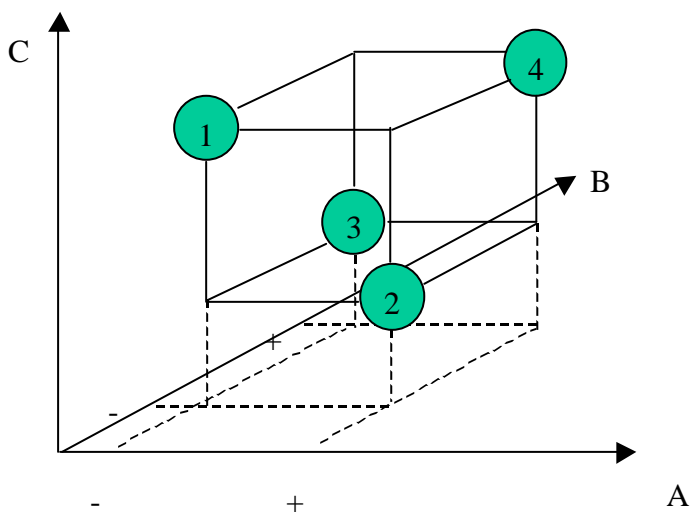
További kísérletek segítségével tisztázhatnánk, hogy még jobb eredményekhez vezet-e a fordulatszám további csökkentése. Ezáltal kísérletünk nemcsak egy beállítási javaslatot nyújt számunkra, hanem kijelöli a további optimumkeresés irányát is.

4.5. Részleges faktoriális kísérletterv

Kiegyensúlyozott vagy *ortogonális* *terveknek* nevezzük azokat, amelyekben egy faktor minden beállítása (szintje) azonos mértékben fordul elő egy oszlopon belül, és két tetszőlegesen kiválasztott oszlop előjeleit összeszorozva a kétfajta lehetséges eredmény (+ és -) szintén azonos számban fordul elő. Egy ilyen elrendezés lehetővé teszi az értékek átlagolását és az eredmények nagyobb információtartalmát.

A sok faktossal rendelkező kísérleti tervek nagy ráfordítást igényelnek (4.10. táblázat), ezért gyakran alkalmaznak ún. *csökkentett terveket* (részleges vagy frakcionális kísérleti tervek). A 4.11. táblázatban egy kétfaktoros teljes faktoriális kísérlettervet és kiértékelési mátrixát láthatjuk. Az A és B beállítások elrendezése kielégíti az ún. ortogonalitási feltételt.

A kombinatorika törvényei alapján kell létezzen még egy oszlop, amely az A, B oszlopokra ortogonális. Az összes lehetséges beállítás kombináció változtatásával, megkapjuk a (+; -; -; +)⁻¹ oszlopot, mely alkalmazható egy újabb C faktor vizsgálatához. Így lehetségessé válik három faktor vizsgálata összesen 4 beállítással.



4.6. ábra Háromfaktoros részleges faktoriális kísérletterv a faktortérben

4.10. táblázat Kísérletek száma a teljes faktoriális tervben

Faktorszám (2 szint)	Kísérletszám (2^n)
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128

4.11. táblázat Két faktoros teljes faktoriális kísérleti terv

Tervmátrix			Kiértékelési mátrix			
Ssz	A	B	Ssz	A	B	AB
1	-	-	1	-	-	+
2	+	-	2	+	-	-
3	-	+	3	-	+	-
4	+	+	4	+	+	+

4.12. táblázat Három faktoros részleges kísérleti terv

Ssz	A	B	C	BC	AC	AB
1	-	-	+	-	-	+
2	+	-	-	+	-	-
3	-	+	-	-	+	-
4	+	+	+	+	+	+

A teljes faktoriális kísérleti terv alaposabb vizsgálata során megfigyelhető, hogy az alábbiakban említett C faktor oszlopa azonos az AB kölcsönhatás oszlopával. Egy ilyen oszlop kiértékelése a C+AB hatást adja meg, ami egy főhatás és egy kölcsönhatás keveréke.

A C faktor vizsgálata csak abban az esetben vezet értelmezhető eredményhez, ha az AB kölcsönhatás elhanyagolható. A kölcsönhatásokra telepített újabb faktorokkal előállított részleges terveket *részleges (frakcionális) faktoriális terveknek*

nevezük. A 4.12. táblázatban szerepel egy három faktoros és négy kísérletes részleges terv. A kísérletek elhelyezkedését a faktortérben a 4.6. ábra jeleníti meg. A megfelelő oszlopok összeszorozásával előállítva az AC és BC kölcsönhatások oszlopait, láthatjuk, hogy ezek azonosak lesznek a B illetve A oszloppal. Ezt a jelenséget *átfedésnek* (alias) nevezik.

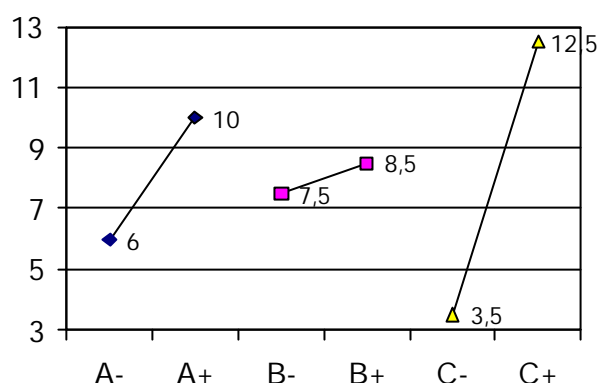
4.5.1. A rátelepítés kockázata

Az alábbi példa bemutatja, hogy milyen kockázatot vállalunk, amikor a főhatások átfedésének módszerét használjuk részleges faktoriális kísérleti tervek előállításához. Egy tortát kell sütni, amelynek magassága (y) a lehető legnagyobb legyen. Ehhez a sütőpor (A faktor) mennyiségének alsó szintjét 5 g-ra(-), míg felső szintjét 10 g-ra (+) állítjuk be. A vízmennyiség (B faktor) alsó szintje 20 ml (-), míg felső szintje 40 ml (+) lesz. A négy kísérlet során megvizsgáljuk a fő- és kölcsönhatásokat. Az eredmény az, hogy a főhatások

4.13. táblázat

Ssz	A	B	C	y
1	-	-	+	10cm
2	+	-	-	5cm
3	-	+	-	2cm
4	+	+	+	15cm

gyengék. Csak amikor mindkét faktor a felső szintre van állítva, akkor képes a sütőpor megfelelően reagálni, és a tortamagasságra a kívánt hatást kifejteni. Egy erős kölcsönhatás áll elő, amelyet a teljes faktoriális kísérlet megfelelő kiértékelési oszlopa segítségével értékelhetünk ki.



4.7. ábra Az A, B és C faktorok főhatása

Amennyiben ezen négy kísérlet során egy újabb faktor, pl. a szakács öltözékének (C faktor) hatását akarjuk megvizsgálni, akkor a részleges faktoriális tervek elmélete alapján erre a célra a kölcsönhatások oszlopát használjuk fel. Az öltözéket a nyakkendő (+) és csokornyakkendő (-) állapotok között váltogatjuk. Ezt az esetet láthatjuk a 4.13. táblázatban.

Az egyszerű hatásvizsgálat az öltözékhez kapcsolódó oszlop magas szignifikanciáját mutatja ki (4.7. ábra).

$$\overline{A_{-}} = \frac{10+2}{2} = 6\text{cm}$$

$$\overline{A_{+}} = \frac{5+15}{2} = 10\text{cm}$$

$$\overline{\overline{A}} = 10 - 6 = 4\text{cm}$$

$$\overline{B_{-}} = \frac{10+5}{2} = 7,5\text{cm}$$

$$\overline{B_{+}} = \frac{2+15}{2} = 8,5\text{cm}$$

$$\overline{\overline{B}} = 8,5 - 7,5 = 1\text{cm}$$

$$\overline{C_{-}} = \frac{5+2}{2} = 3,5\text{cm}$$

$$\overline{C_{+}} = \frac{10+15}{2} = 12,5\text{cm}$$

$$\overline{\overline{C}} = 12,5 - 3,5 = 9\text{cm}$$

Ennek alapján a maximális tortamagasság eléréséhez szükséges intézkedés a szakács nyakkendő viselete lenne. Valójában ez az eredmény a víz és sütőpor kölcsönhatásán alapszik. Az öltözéknek semmilyen hatása nincs. Ha nem tudatosul bennünk ez az átfedés, akkor a részleges faktoriális tervek alkalmazása az eredmények hibás értelmezéséhez vezethet.

4.5.2. Tervkészítés az identitás oszlop segítségével

A részleges faktoriális tervek módszere nagymértékű figyelmet és szakismeretet igényel a kölcsönhatások felismerése érdekében. Ennek ellenére lehetőség van arra, hogy az átfedéseket olymértékben bevezessük a kísérleti tervbe, hogy a kísérletek számának csökkenése ellenére értékelhető eredményhez jussunk.

A 4.14. táblázatban látható, hogy hogyan lehet egy háromfaktoros kísérleti tervbe egy további D faktort beépíteni. Ez a faktor az ABC hármas kölcsönhatás oszlopát fogja átfedni, mivel a gyakorlati tapasztalatok szerint a hármas vagy magasabb rendű kölcsönhatások nagyon ritkán fordulnak elő. A végleges kísérleti mátrix jelzi,

4.14. táblázat

A negyedik faktor beépítése

	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	A	D	AD	BC
1	+	-	-	+	-	+	+	-	-	-	+	+
2	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
3	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	-
4	+	+	+	+	-	-	-	-	+	*	=	=
5	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	-	-
6	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-
7	+	-	+	-	+	-	+	-	-	-	+	+
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

D fakt. átfedés meghatározása

hogy a kölcsönhatásoknak egy újabb faktorral történő átfedése mellett további átfedések lépnek fel az újonnan bevezetett D faktor és a többi (A,B,C) faktorok közti kölcsönhatások megállapítása során.

4.15. táblázat

Átfedések meghatározása

	A	B	AB CD	C	AC BD	BC AD	D ABC		Meghatározó kapcsolat: I = ABC * D		
1	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	-
2	+	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+	+	+	+	+
4	+	+	+	-	-	-	-	+	=	-	*
5	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	+
6	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-
7	-	+	-	+	-	+	-	+	-	-	-
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Amennyiben a faktoriális kísérleti tervek képzési szabálya szerint előállítjuk a DA kölcsönhatás előjeloszlopát, akkor megmutatkozik, hogy az azonos a BC oszloppal. Mivel az átfedések számítása az egyes faktorok oszlopelőjeleinek szorzása által eléggé fárasztó, egy egyszerű számítási módszert alkalmazunk, amely az ún. *azonosság*ot (identitást) használja fel. Az identitás az egységvektornak felel meg, mely csak (+) jelekből áll. A példának megfelelően az ABC oszlopba bevezetjük a D faktort, így az ABC és D oszlopok azonosak lesznek. Ezek formális összeszorozása azonosságot mutat (ABC x D = I). Így megkapjuk az ún. *meghatározó kapcsolatot*: I = ABCD. Ezzel a kapcsolattal egy algebrai egyenlethez hasonlóan számolhatunk, amennyiben figyelembe vesszük a következő szabályokat:

- egy faktor szorzása az identitással magát a faktort eredményezi (az 1-el történő algebrai szorzásnak felel meg),
- egy faktort megszorozva saját magával az identitást kapjuk eredményül.

Például:

A	I	A		A	A	I
-	+	-		-	-	+
+	*	+	=	+	*	+
-	+	-		-	-	+
+	+	+		+	+	+

Mivel

$$I = A B C D \quad | * BC$$

$$BC * I = ABCD BC$$

$$BC = A B^2 C^2 D$$

$$BC = A I I D$$

$$BC = A D$$

Hasonlóan: $A B = C D$ és $A C = B D$.

Ahhoz, hogy kiszámítsuk azt, hogy a BC kölcsönhatás mely hatással keveredik, a meghatározó egyenletet megszorozzuk BC-vel. A bal oldal BC szorzata az identitással, azaz maga BC. A jobb oldalon az ABCDBC kifejezést kapjuk. B és C kiesik, mivel saját magával szorozzuk meg mindkettőt ($B \times B = I$; $C \times C = I$). Így azt kapjuk, hogy BC azonos AD-vel. Hasonló módon kapjuk meg az AB és CD, valamint AC és BD átfedését is. A példa a számítási módszer bemutatása mellett láthatóvá teszi, hogy egy újabb faktor bevezetése ellenére nem keverednek a főhatások a kétfaktoros kölcsönhatásokkal. A átfedési struktúra teljesen másképpen alakult volna, ha a D faktort pl. AB-ként vezettük volna be.

4.16. táblázat

Részleges tervtípusok

Részleges faktoriális tervek									
Megold típus	Hatások			Kísérletek száma					Megjegyzés
	szétvá- lasztva	átfedett (rátelepített)	elhanya- golt	4	8	16	32	64	
				Faktorok száma					
III	FH	FH 2 KH-val	2 KH és a magasabb rendűek	3	5..7	9..15	17..31	33..63	• hibás értelmezés veszélye nagymértékű
IV	FH 2 KH-tól	FH 3 KH-val 2 KH 2 KH-val	3 KH és a magasabb rendűek		4	6..8	7..16	9..32	• magas hatékonyság • az összes FH elválasztva-számítható • 2 KH elválasztható
V	2 KH 2 KH-tól	FH 4 KH-val 2 KH 3 KH-val	3 KH és a magasabb rendűek			5		8	• jelentősen kisebb ráfordítás
VI	2 KH 3 KH-tól	FH 5 KH-val 2 KH 4 KH-val 3 KH 3 KH-val	4 KH és a magasabb rendűek				6		• magasfokú kölcsönhatások vizsgálhatók
VII	3 KH 3 KH-tól	FH 6 KH-val 2 KH 5 KH-val 3 KH 4 KH-val	4 KH és a magasabb rendűek					7	

FH - főhatás

KH - kölcsönhatás

2 KH- kettős kölcsönhatás

A faktorok utólagos bevitele a kísérleti tervbe nagy figyelmet igényel. Az átfedési lehetőség azt eredményezheti, hogy a tervező gondolkodás nélkül pótlólagos faktorokat vesz fel a kísérleti tervbe, anélkül, hogy információval rendelkezne az esetleges kölcsönhatásokra vonatkozóan. A rátelepítési technika megfontolt használata fontos segédeszköz lehet. Például a nyolcnál több kísérletből álló terveknel lehetőség van további faktorok oly módon történő beépítésére, hogy a fontos kettős kölcsönhatások ne keveredjenek.

A rátelepítés eddig bemutatott fokozatai ún. megoldástípusokként írhatók le (4.16. táblázat). A III-as megoldási típusok teszik lehetővé a legtöbb faktor beépítését a tervbe. Mivel nem lehetséges a főhatások és a kölcsönhatások elválasztása egymástól, a legnagyobb óvatossággal kell kezelni ezeket a terveket. Csak akkor szabad őket használni, ha már előre be tudjuk határolni a kölcsönhatásokat vagy, ha arra számíthatunk, hogy a faktorok sorából csak néhány rendelkezik erős hatással. A nagymértékben átfedett tervek eredményeit mindenképp további kísérletekkel kell ellenőrizni. A IV-es megoldástípus lehetővé teszi, hogy a főhatásokat a kettős kölcsönhatásokkal való keveredés nélkül vizsgáljuk meg. Megfelelő összeállítás esetén akár még a kettős kölcsönhatások vizsgálata is megoldható. Ezek a tervek egy jó haszon/ráfordítás arányt valósítanak meg. A magasabb rendű megoldástípusok, egészen a teljes faktoriális kísérletig, lehetővé teszik többszörös kölcsönhatások vizsgálatát, de ezért a kísérletek számának jelentős növekedésével kell fizetnünk.

5. Shainin kísérletmódszertana

Shainin kísérlettechnikája egy többlépcsős eljárásmodot képvisel, melynél a lényeges mennyiségeket lépésről-lépésre kell behatárolni. Filozófiájának mottója: „ne a mérnököktől kérj tanácsot, beszéljen maga a munkadarab”. Eltérően a többi módszertől, ahol a tapasztalatokra alapozva választják ki a lényegesnek tartott faktorokat a folyamatot/terméket befolyásoló paraméterek sokaságából, a Shainin technika kezdetben minden tényezőt bevon a vizsgálatba majd fokozatosan haladva választja ki a lényeges faktorokat. Shainin eljárása a Pareto elv alkalmazására épül. Ez azt mondja ki, hogy a befolyásoló mennyiségek sokasága között csak néhány rendelkezik domináns hatással („The vital few - the trivial many”). Az elv nem általános érvényű, azonban sok esetben alkalmazható munkahipotézist képvisel. A folyamatoptimalizálási eljárás négy lépcsőből áll:

- elsődleges kiválasztás,
- változók keresése (Variables Search),
- teljes faktoriális terv (Full Factorial Design),
- B/C összehasonlítás (Better versus Current).

5.1. Elsődleges kiválasztás

A statisztikai kísérletmódszertan egy sor eljárást ismer arra az esetre, ha nagyszámú potenciális befolyásoló tényező közül kell kiválasztani a jelentős faktorokat. Shainin hármát emel ki ezek közül az elsődleges kiválasztás céljára. Mindegyiket nagymértékű egyszerűség jellemzi. A három eljárás a következő:

- többváltozós kártyák (Multi-Chart),
- alkatrész keresés (Component Search),
- páros összehasonlítás (Paired Comparison).

5.1.2. Többváltozós kártyák

Az 1950-ben L. Seder által kifejlesztett *többváltozós kártyák* módszere lehetővé teszi a folyamatban jelen lévő ingadozások okainak tipizálását (hely-, idő szerintiek, ciklikus természetűek, stb.). Hasonlóan a minőségsszabályozási kártyákhoz, meghatározott időközönként mintát vesznek a folyamatból, és az eredményeket grafikusán ábrázolják. Míg a szabályozókártya a minta darabjai között mért véletlen szórás és a minták közötti szórás viszonyát teszteli, addig a többváltozós kártya a szórást három részre osztja:

- a darabon belüli szórás (ehhez megállapítják darabonként a jellemző legkisebb és legnagyobb értéket),
- a minta darabjai közötti szórás,
- és a minták közti szórás.

Ezeket a szórásrészeket egymással összehasonlítják, annak érdekében, hogy megtalálják a legerősebb hatást, és ezáltal behatárolják a fő okot. A módszer egy grafikus variancia elemzésnek felel meg.

5.1.3. Alkatrész keresés

Az *alkatrész keresés* során arra a kérdésre keresnek választ, hogy mely alkatrészek meghibásodása játszik jelentős szerepet a termék meghibásodásában. Alkalmazásának feltétele, hogy rendelkezünk jó és rossz termékekkel, ezek szétszerelhetőek és újból összerakhatóak legyenek, valamint az újból összeszerelt termék minőségi jellemzője mérhető legyen.

Első lépésként kiválasztunk egy jó és egy rossz terméket. Megmérjük mindkettő minőségi jellemzőjét (J_1, R_1), ezután szétszedjük és változatlanul összeszereljük őket, majd újból megmérjük a minőségi jellemzőt (J_2, R_2). A jó és rossz termék közötti átlagos különbség (D) ekkor:

$$D = \left| \frac{J_1 + J_2}{2} - \frac{R_1 + R_2}{2} \right| \quad (5.1.)$$

A jó és rossz termékeken belüli átlagos különbség (d):

$$d = \left| \frac{J_1 - J_2}{2} + \frac{R_1 - R_2}{2} \right| \quad (5.2.)$$

Ha a két érték aránya (D/d) nagyobb mint öt, akkor a két termék közti különbséget jelentősnek tekintik.

Ezután egyenként kicserélik a jó és a rossz termék építőelemeit. A cserék után fellépő minőségi jellemző változásból megállapíthatók azok az alkotó elemek, amelyek lényeges hatást (Shainin ezeket vörös-x-nek nevezi) vagy csak kisebb hatást (Shainin ezeket rózsaszín- és halvány rózsaszín-x-nek nevezi) gyakorolnak az eredményre. Amennyiben a termék n alkatrészből áll, $2+2*n$ darab szétszerelési és ugyanannyi összeszerelési műveletre van szükség a vizsgálat során.

Ezt az eljárásmodot hosszú évek során kipróbálták a gyakorlatban, és manapság sok helyen alkalmazzák a hibás televíziók moduláris hibakeresésétől kezdve a sérült személygépkocsik diagnosztizálásáig.

5.1.4. Páros összehasonlítás

A *páros összehasonlítás* alkalmazására akkor kerül sor, ha nem lehet a termékeket szétszerelni és újból összerakni. Végrehajtása során működő folyamatból azonos számú jó és rossz darabot emelnek ki. Egy részletes elemzés során megállapítják a jó és rossz darabok között a különbséget. Ezután megvizsgálják, hogy melyik jellemző különbözteti meg a leggyakrabban a két kategóriát. Pl. egy csavarkötés megfigyelése kimutathatja, hogy a hibás darabok egy bizonyos helyen korrodálódtak. Ezután további elemzéseknek vetik alá a lényeges (kiemelt) jellemzőket. A páros elemzés valójában a hiba adatok Pareto elemzését jelenti.

5.2. Változók keresése

Az elsődleges kiválasztás után Shainin egy általa kifejlesztett módszert javasol a további szelekcióhoz. Ez az ún. *változók-keresése*, amit Shainin a kísérletmódszertan Rolls-Royce-ának nevez, és amit a részleges faktoriális kísérleti tervek alternatívájaként mutat be. Az eljárás bizonyos mértékben egy one-by-one vizsgálatnak felel meg.

Az eddigi ismeretek alapján sorba rendezik a megvizsgálni kívánt faktorokat. Ezután megállapítják a faktorok szintjeit:

- egy rossz szintet, ami valószínűleg rossz eredményt hoz;
- egy jó szintet, ami valószínűleg jó eredményt hoz.

A változók keresésének célja az, hogy megtaláljuk a folyamatot legerősebben befolyásoló faktorokat. Az eljárás csak akkor alkalmazható, ha helyes volt a szintek hozzárendelése, és a szintek közti távolság megfelelően lett megválasztva. Ennek ellenőrzése érdekében egy előzetes kísérletet hajtanak végre, amit egyszer megismételnek. A kísérlet során minden faktort beállítanak egyszer a jó és egyszer a rossz szintre. Az eredmények alapján kiszámítják az ismétlések közti szórást (s) és a vizsgált kölcsönhatások (az összes faktorszint egyszerre történő változtatása) közti szórást (S). Ha ezek aránya (S/s) nagyobb mint öt, akkor a vizsgált faktorok között legalább egy domináns mennyiség van (Shainin ezeket a faktorokat vörös- x -nek nevezi). Amennyiben ilyen nem találnak, akkor a következő lehetőségeket kell figyelembe venni:

- az összeállítás nem tartalmaz domináns faktorokat,
- rosszul választották ki a beállításokat, azaz túl kicsi a faktorszintek közti távolság,
- a jó és a rossz szinteket összecsérték,
- „egymást keresztező” kölcsönhatások lépnek föl, amelyeknél a hatás csak akkor lép fel, ha egy faktor a jó, míg egy másik a rossz szintre van beállítva.

Shainin három megoldási lehetőséget ajánl arra az esetre, ha az előkísérlet negatív eredményt hozna:

- más faktorokat kell vizsgálni;
- a jó és rossz szinteket egyfaktoros vizsgálatok során kell megállapítani;
- teljes faktoriális kísérlettervet kell végrehajtani.

Amennyiben az előkísérlet pozitív eredménnyel zárul, akkor egymás után megvizsgálják az egyes faktorokat. Ehhez minden faktort először a jó értékre állítanak, miközben az összes többi faktor a rossz szinten áll. Az eredményt összehasonlítják azzal az esettel, amikor az összes faktor a rossz szintre volt beállítva. Amennyiben a kísérleti eredmények egyértelmű változása következik be, akkor az adott faktor erősen domináns (vörös- x). Ha a kísérleti eredmények gyenge változása mutatkozik, akkor a faktor más faktorokkal együtt domináns (rózsaszín- x) vagy csak gyenge hatást gyakorol (halvány rózsaszín- x).

Ezután megismélik az eljárást, úgy hogy a faktor a rossz szinten, míg az összes többi a jó szinten van beállítva. A faktor dominanciája esetén az eredmény meg kell feleljen annak az esetnek amikor az összes faktor a rossz szintre volt beállítva.

Az eljárást alkalmazzák az összes faktor esetén. Shainin azt tanácsolja, hogy vizsgálják meg a gyenge dominanciájú faktorok (rózsaszín- x) kölcsönhatását. A kísérletek eredményeinek kiértékelése feleletelemzéssel történik. Ennek során figyelembe veszik azt is, hogy a kísérlet nem kiegyensúlyozott (nem ortogonális), ami csökkenti a kiértékelés statisztikai kifejező erejét.

A változók keresése módszerben az a különleges, hogy a kísérletsorozat megszakítható domináns faktorok felbukkanása esetén. Összefoglalásképpen a következőket mondhatjuk el e technikáról:

- az eljárás alapkövetelményként feltételezi a Pareto elv érvényesülését;
- csak az erős hatások felismerését teszi lehetővé;
- a faktorszintek helyes meghatározása lényeges előfeltétel, ez feltételezi a folyamat igen jó ismeretét;
- csak egy irányba erősödő kölcsönhatások ismerhetők fel, azaz a kölcsönhatások monotonok kell legyenek;
- a hatások nincsenek kiegyensúlyozva, a terv nem ortogonális;

- a kísérlet felépítése nem veszi figyelembe azt, hogy a gyakorlatban az egyes faktorok beállítása különböző ráfordítást igényelhet;
Pl. vegyünk egy kivágási (lyukasztási) folyamatot, ahol a kivágó bélyeg típusa egy olyan faktor, amelynek cseréje egy napot vesz igénybe. Egy másik faktor, a vágási sebesség egy gombnyomással megváltoztatható. Itt a változó-keresés technikája gyorsan eléri gyakorlati alkalmazhatósága korlátait, mivel minden kísérletnél a nyomóbélyeget át kellene építeni. Más kísérletterv típusok (pl. faktoriális elrendezés) egy ún. hierarchikus felépítést tesznek lehetővé, ami figyelembe veszi az ilyen keretfeltételeket.
- amennyiben sikerült a faktorok számát 4 alá csökkenteni, Shainin a **teljes faktoriális terv** alapján történő részletes vizsgálatot javasolja.

5.3. B/C elemzés

A módszer célja a jelenlegi (Current) és a feltételezhetően jobb (Better) technológia összehasonlítása az eredmények ellenőrzése érdekében. A technika részletes áttekintésére a csoportfaktoros kísérletek ismertetésénél került sor.

6. Taguchi kísérletmódszertana

A klasszikus kísérletmódszertan mellett olyan eljárások is teret nyertek, amelyek a kísérletek számának drasztikus csökkentését teszik lehetővé. Ezek közül talán a legismertebb Taguchi módszere. Hatékony alkalmazásukhoz azonban jelentős mennyiségű ismerettel kell rendelkezni a folyamatra/termékre vonatkozóan. Taguchi filozófiája két alappilléren nyugszik: a veszteségfüggvényen és a robusztus folyamatok modelljén.

A *veszteségfüggvény* lehetővé teszi a célértéktől való eltérések leírását pénzügyi egységekben. Ezáltal kifejezhető a minőség a menedzserek nyelvén is. Ebben rejlik Taguchi sikerének kulcsa, ő felismerte, hogy elmélete akkor lesz sikeres, ha meggyőző számokkal tudja azt alátámasztani. Az általa alkalmazott képzeletbeli veszteségfogalmat gyakran összetévesztik a valós pénzügyi veszteséggel. Azonban övé az érdem azért, hogy a termékek és folyamatok optimalizálását szolgáló statisztikai módszereket „szalonképpessé” tette. A veszteségfüggvény kiemeli annak szükségességét, hogy a minőségjavítás során törekedjünk a célérték körüli szórás csökkentésére, és egyben mérőeszközként is szolgál tevékenységünk hatékonyságának kimutatása érdekében.

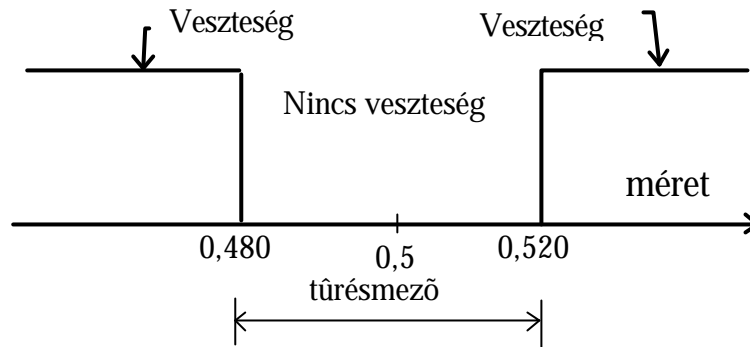
Taguchi filozófiájának másik alappontja a *robusztus folyamatok modellje*. Ez azt jelenti, hogy egy folyamatot nem elegendő a célértékre beállítani, hanem érzéketlenné kell tenni a zavaró hatásokkal és a befolyásoló faktorok ingadozásaival szemben. Ezért Taguchi felosztja a befolyásoló faktorokat olyanokra, amelyek elsődlegesen a folyamat szórását csökkentik (szórásfaktorok) és olyanokra, amelyek a folyamat középértéket mozdítják el (kiegyenlítő faktorok). A cél az, hogy először csökkentjük a szórást a szórásfaktorok megfelelő beállításával, és csak ezután központosítsuk a folyamatot a kiegyenlítő faktorok segítségével. Az eredmények kiértékelése standard elemzéssel vagy az elektronikából jól ismert jel/zaj viszony segítségével történik.

6.1. Veszteségfüggvény

Genichi Taguchi a korábban megszokottól lényegesen eltérő értékelést ajánl a minőség tekintetében. Megközelítése a rossz minőség gazdasági következményeire alapozódik, a minőséget egy olyan kár elkerüléseként határozta meg, „amelyet a termék okoz a vállalatnak miután kiszállították”. Ez magában foglalja azokat költségeket, melyeket a vevő elvárásai és a teljesítmény jellemzők kielégítésében tapasztalható hiányosság, valamint a termék által okozott káros hatás eredményez.

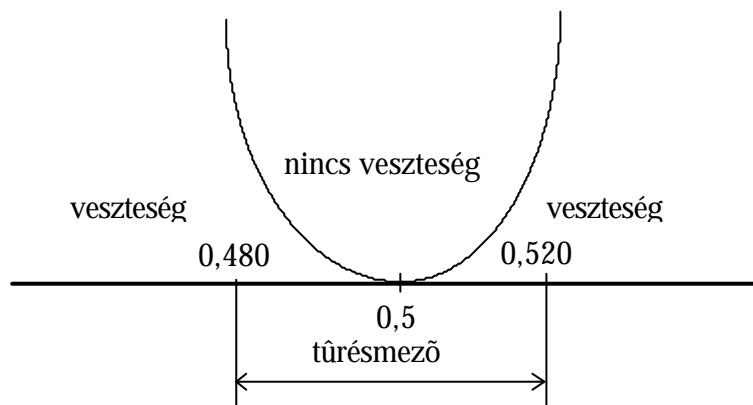
Ha a termék nem elégíti ki a vevői elvárásokat, számos közvetlen és közvetett kár keletkezik. Az előírt teljesítményjellemzők teljesítésének hiánya hasonló károkat eredményez. Ha egy termék nem működik jól amikor megveszik, a kereskedőnél és a gyártó hírneve is kárt szenved. A rossz minőség társadalmi károkat is eredményezhet, mint környezetszennyezés vagy zajártalom.

Taguchi a károkat pénzügyi egységben fejezi ki, és mérhető termékjellemzőkhöz rendeli őket. Taguchi filozófiájának jobb megértéséhez tekintsük át következő példát. Feltételezzük, hogy egy minőségi jellemző előírt értéke $0,500 \pm 0,020$. Ezt a meghatározást használva nincs különbség aközött, hogy a minőségi jellemző aktuális értéke 0,480; 0,496; 0,500 vagy akár 0,520. Ez az értékelés feltételezi, hogy a vevő egyformán elégedett minden értékkel 0,480 és 0,520 között, de ezen tûréstartományon kívül egyértelműen elégedetlen, azaz a költségek nem függnek a minőségi jellemző aktuális értékétől, mindaddig míg az az előírt tûrések között van (6.1. ábra). Ezt gyakran „kapufa mentalitásnak” nevezik.



6.1. ábra Hagyományos veszteség függvény

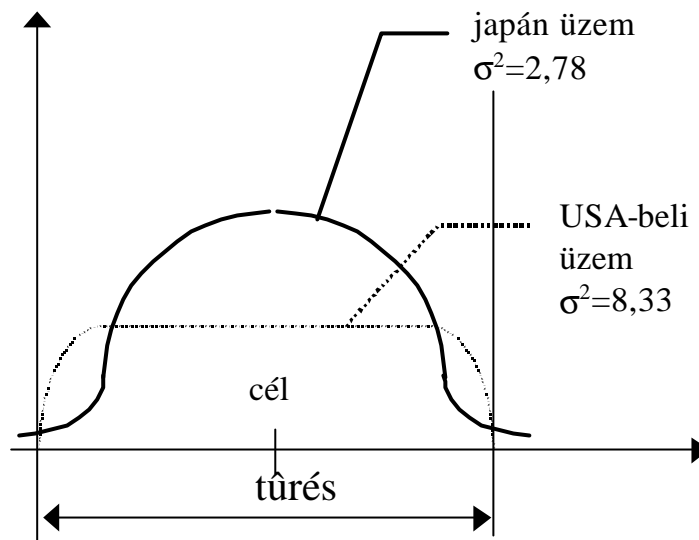
De mi a tényleges különbség 0,479 és 0,481 között? Az előbbi „tűrésmezőn kívülnek” tartanak és újramegmunkálnák vagy leselejteznék, míg az utóbbi elfogadható lenne. Könnyen elképzelhető, hogy a valóságban a teljesítményjellemzőkre gyakorolt hatásuk azonos lenne. Egyik sincs közel a 0,500-ös nominális értékhez. A tervező által megadott nominális érték a kritikus minőségjellemző számára egy ideális célérték. Taguchi értékelése azon a feltevésen alapszik, hogy minél kisebb a szórás a célérték körül, annál jobb a minőség. A kár növekszik (négyzetes függvényként) a célértéktől távolodva, mint ahogy azt az 6.2. ábra mutatja.



6.2. ábra Taguchi veszteség függvénye

Ha a nominális értékkel bír a termék, a vállalat összköltségei alacsonyabbak. A japán ASHAI folyóiratban közöltek egy példát melyben a SONY televíziók gyártási költségeit és minőségét hasonlították össze egy San Diego-i és egy japán üzemben. Minden San Diego-ban gyártott készüléknél a színsűrűség az előírt értékek között volt, míg néhány Japánból szállított terméknel ez nem volt így (6.3. ábra).

Az egy termékre eső átlagos hibaköltség a San Diego-i üzemben 1,33 dollár volt, nagyobb mint a japán üzemben. Ez azon ténynek az eredménye, hogy a San Diego-i üzemben az előírt értékeken kívülre eső termékeket utánállították az üzemben, növelve ezáltal a folyamat költségeit. Ezen kívül az olyan készülék, melyet utólag szabályoztak be nagyobb valószínűséggel okozott vevői panaszokat, mint egy olyan termék, amely eleve a tűrési tartományon belül volt. A 6.3. ábrán tisztán látható, hogy néhány USA-ban előállított készülék kielégítette a célértéket. A szórás a japán üzemben sokkal egyenletesebb volt a célérték körül, és bár néhány termék az előírt értékeken kívülre esett, az összköltség kisebb volt, ennek következtében minden eltérés a célértéktől kárt okozott a vevőnek. Általában minél nagyobb az eltérés, annál nagyobb a kár.



6.3. ábra TV készülékek színsűrűsége

6.1.1. Számítások Taguchi veszteség függvényével

Nehéz lenne meghatározni a veszteségfüggvény természetét minden minőségi jellemzőre. Taguchi feltételezi, hogy a károk egy négyzetes függvénnyel közelíthetők meg, úgy hogy nagyobb eltérések a céltól jóval nagyobb kárt okoznak, mint a kisebb eltérések. Abban az esetben, ha a célérték a legjobb és a minőség romlik távolodva a célérték mindkét oldalán, azaz szimmetrikus tűrésmezőt feltételezve a veszteségfüggvény a következő:

$$L_{(x)} = k(x-T)^2 \quad (6.1.)$$

ahol x - a minőségi jellemző értéke
 T - célérték
 k - állandó

A k értéke megbecsülhető meghatározva a javítás vagy a csere költségét, ha a célértékhez képest lényeges eltérés áll elő, mint ahogy ezt a következő példa mutatja:

6.1.1.1. A k állandó becslése

Feltételezzük, hogy a minőségi jellemző előírt értéke $0,500 \pm 0,020$

Ha a minőségi jellemző $\pm 0,020$ értékkel tér el a célértéktől a termék valószínűleg a jótállási idő alatt meghibásodik, ami 50 Ft javítási költséget fog okozni.

$$\begin{aligned} \text{Ekkor } 50 &= k \cdot (0,020)^2 \\ k &= 50/0,0004 = 125000 \end{aligned}$$

$$\text{Ezért } L_{(x)} = 125000 (x-T)^2$$

Ha az eltérés csak 0,010 a veszteség becsült értéke:

$$L(0,010) = 125000 (0,010)^2 = 12,50 \text{ Ft}$$

Ha ismert a szórás a célérték körül, kiszámítható a termékekre eső átlagos veszteség, statisztikailag átlagolva a minőségi jellemző valószínű értékéhez kapcsolódó veszteségeket.

6.1.1.2. A veszteség várható értékének számítása

Tegyük fel, hogy két folyamat minőségi jellemzőinek előírt értéke $0,500 \pm 0,020$. Az „A” folyamat 0,480 és 0,520 közötti értékű eredményeket szolgál, mindegyiket azonos valószínűséggel. A „B” folyamatnál várhatóan az eredmények 60%-a 0,500-as lesz, 15%-a 0,490-es és így tovább.

Megj. Az „A” folyamat eredménye egyenletesen szórt a 0,48 és 0,52 közötti tartományban és teljes mértékben az előírt értékek között van. A „B” folyamat eredményei a célértékhez közel koncentráálódtak, de nem maradtak teljesen az előírt tűrésértékek között. Felhasználva a veszteségfüggvényt (6.1.) kiszámítjuk a várható veszteséget mindegyik folyamatnál.

$$L_{(x)} = 125000 (x - 0,50)^2$$

Tisztán látható, hogy a „B” folyamat kisebb veszteséget fog okozni annak ellenére, hogy nem minden termék esett az előírt értékek közé.

6.1. táblázat

	X érték (x_j)	Veszteség L_j	A folyamat Valószínűsége (f_{Aj})	Súlyozott veszteség A ($L_j \cdot f_{Aj}$)	B folyamat Valószínűsége (f_{Bj})	Súlyozott veszteség B ($L_j \cdot f_{Bj}$)
1	0,47	112,5	0	0	0,02	2,25
2	0,48	50	0,2	10	0,03	1,5
3	0,49	12,5	0,2	2,5	0,15	1,875
4	0,5	0	0,2	0	0,6	0
5	0,51	12,5	0,2	2,5	0,15	1,875
6	0,52	50	0,2	10	0,03	1,5
7	0,53	112,5	0	0	0,02	2,25
X _A átlag=			0,5	X _B átlag=		0,5
σ^2 =			0,0002	σ^2 =		0,00009
D ² =			0	D ² =		0
Várható veszteség EL(x)				25		11,25

A várható veszteség kiszámítható egy egyszerű képlet (6.4.) alkalmazásával, mely magába foglalja a minőségi jellemző változását (6.2.) és az átlag eltérését a célértéktől a négyzeten (6.3.).

$$s^2 = \sum_{j=1}^7 f_j \cdot x_j^2 - \bar{x}^2 \quad (6.2.)$$

$$D^2 = (\bar{x} - T)^2 \quad (6.3.)$$

A veszteség várható értéke (az egy termékre eső átlagos veszteség) :

$$EL_{(x)} = k(\sigma^2 + D^2) \quad (6.4.)$$

A fenti képlethez a következő képpen jutunk el. A veszteség várható (átlagos) értéke:

$$EL_{(x)} = \sum_{j=1}^7 L_j \cdot f_j = \sum_{j=1}^7 k \cdot (x_j - T)^2 \cdot f_j = \sum_{j=1}^7 k \cdot (x_j^2 \cdot f_j - 2 \cdot x_j \cdot f_j \cdot T + T^2 \cdot f_j) \quad (6.5.)$$

$$EL_{(x)} = k \cdot \left(\sum_{j=1}^7 x_j^2 \cdot f_j - 2 \cdot \bar{x} \cdot T + T^2 \right) = k \cdot \left(\sum_{j=1}^7 x_j^2 \cdot f_j - \bar{x}^2 + D^2 \right) = k \cdot (s^2 + T^2)$$

Az „A” folyamatban könnyű kimutatni, hogy a minőségi jellemző szórása $\sigma = 0,002$ és $D^2 = 0$, mivel az átlagérték azonos a célértékkel.

$$EL_{(x)} = 125000 (0,002 + 0) = 25$$

Egy ehhez hasonló számítással megállapítható az egy termékre eső veszteség a „B” folyamat esetén.

A SONY televíziós példában k-t 0,16-nak határozták meg. Mivel mindkét színsűrűségeloszlás átlagértéke a célértéknél volt $D^2 = 0$. Azonban a szórások különbözőek voltak a San Diego-i ($\sigma^2 = 8,33$) és a japán ($\sigma^2 = 2,78$) üzemben.

Az egy egységre eső átlagos veszteség:

$$\begin{array}{ll} \text{San Diego-i üzem} & EL_{(x)} = 0,16 (8,33) = 1,33 \text{ dollár} \\ \text{japán üzem} & EL_{(x)} = 0,16 (2,78) = 0,44 \text{ dollár} \end{array}$$

Ez egységenként (termékenként) 0,89 dolláros különbséget jelentett.

A várható veszteség egy olyan képet szolgáltat a szórásról, mely a konkrét előírásoktól független. Ez segít a vezetőknek a folyamatos javításra összpontosítani és ahhoz, hogy ne fogadják el a fennálló helyzetet egyszerűen csak azért, mert a termék „megfelel az előírásoknak”.

Nem minden minőségi jellemző rendelkezik kétoldali tűréssel. Olyan esetben, mint szennyeződések egy vegyi folyamatban, vagy üzemanyag fogyasztás, a „kisebb a jobb”. Más esetekben, mint a szakító szilárdság vagy termék élettartammal a „nagyobb a jobb”.

$$\text{Az első esetre a veszteség függvény:} \quad L_{(x)} = k \cdot x^2 \quad (6.6.)$$

$$\text{A második esetre:} \quad L_{(x)} = k (1/x)^2 \quad (6.7.)$$

Ezek az előző példákhoz hasonló módon alkalmazhatók.

6.2. Kölcsönhatás nélküli homogén terv

Egy kísérlettervet akkor tekintünk homogénnek, ha minden oszlopában azonos a szintek száma. A kölcsönhatások nélküli tervek készítését egy műanyag fröccsöntési folyamat optimalizálásának példáján [Roy 1993] keresztül tekintjük át. A feladat megoldása során a tapasztalatok szerint három faktorról kell számolnunk, és pedig a nyomással (A), a szerszám hőmérsékletével (B) és a szerszám zárvatartási idejével (C). A befolyásoló tényezők között nem feltételezzük kölcsönhatás fennállását. Az optimalizálás célja a minél nagyobb szilárdság elérése, minőségi jellemzőként a szilárdságot vizsgáljuk és típusa nagyobb a jobb lesz.

6.2. táblázat Szintek és mértékegységek

	1	2	Mértékegység
A	1,7	2,4	MPa
B	65	95	°C
C	6	9	s

A vizsgálatra kerülő faktor értéktartományon belül lineáris viselkedést feltételezünk, így mindhárom faktort kétszintesre választjuk. A szinteket és a mértékegységeket a 6.2. táblázat tartalmazza.

A tervtípus kiválasztása a faktorszám alapján történik. A Taguchi által elkészített kétszintes tervmátrixok közül egy olyat választunk, amelyiknek legalább három oszlopa van a három faktorunk számára. A feladatnak

6.3. táblázat

	A	B	C
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

megfelelő terv az $L_4(2^3)$. A jelölésben szereplő 4-es arra utal, hogy a mátrix négy kísérletet tartalmaz, a 2-es az oszlopok szintjeinek számát mutatja, míg a 3-as az oszlopok számát adja meg.

Mivel kölcsönhatásra nem számítunk, így a faktorok oszlopokhoz rendelése bármilyen sorrendben történhet. Egy lehetséges megoldást tartalmaz a 6.3. táblázat.

6.3. Kölcsönhatásokat tartalmazó homogén terv

A kölcsönhatásokat tartalmazó terv elkészítését egy konyhai példán [Roy 1993] keresztül vizsgáljuk meg. Feladatunk egy „egyensúlytészta” optimális receptjének a meghatározása. Az előkészítés során öt faktort azonosítottunk be, ezek a tojás (A), a vaj (B), a tej (C), a liszt (D), és a cukor (E). A nevezett faktorok között két kölcsönhatás meglétét (AC és BC) feltételezzük.

A vizsgálatra kerülő faktorok értéktartományon belüli lineáris viselkedését feltételezzük, így mindegyik faktort kétszintesre választjuk. A szinteket és a mértékegységeket a 6.4. táblázat tartalmazza.

6.4. táblázat Szintek és mértékegységek

	1	2	Mértékegység
A	2	3	db
B	100	150	g
C	150	200	ml
D	150	200	g
E	150	200	g

A kiválasztásra kerülő tervmátrix egy olyan kétszintes típus kell legyen, amelyik legalább hét oszloppal rendelkezik az öt faktor és a két kölcsönhatás számára.

A táblázat értékét (f_T) szükséges Egy faktor hogy értékét. szintesek, szükséges.

6.5. táblázat Kísérletterv

	A	C	AC	B	D	BC	E
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

szabadságfokának minimális megkövetelt az egyes faktorok és kölcsönhatások számára szabadságfokok (f_i) összege adja meg (6.8.), vagy kölcsönhatás számára szükséges szabadságfokok számát úgy kapjuk meg, eggyel csökkentjük a szintek számának. Mivel példánkban minden faktor és következésképpen a kölcsönhatások is két így mindegyikük számára egy szabadságfok

$$f_T = \sum_{i=1}^n f_i = 7 \cdot (2-1) = 7 \tag{6.8.}$$

A fentiek alapján az $L_8(2^7)$ tervet választjuk. A jelölésben szereplő 8-as arra utal, hogy a mátrix nyolc kísérletet tartalmaz, a 2-es az oszlopok szintjeinek számát mutatja, míg a 7-es az oszlopok számát adja meg.

6.6. táblázat Háromszögtábla kétszintes oszlopokhoz

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10
	(2)	1	6	7	4	5	10	11	8	9
		(3)	7	6	5	4	11	10	9	8
			(4)	1	2	3	12	13	14	15
				(5)	3	2	13	12	15	14
					(6)	1	14	15	12	13
						(7)	15	14	13	12
							(8)	1	2	3
								(9)	3	2
									(10)	1
										(11)

A faktorok és kölcsönhatások oszlopokhoz rendelése a kétszintes háromszögtábla (6.6.

táblázat) figyelembe vételével történik. Mivel az első kölcsönhatás az A és a C faktor között áll fenn, ezért először ezt a két faktort helyezük el a táblázat első és második oszlopában. A kölcsönhatás helyét úgy határozzuk meg, hogy a kisebb oszlopszámmal (1) rendelkező tényező (A) által meghatározott sor és a nagyobb oszlopszámmal (2) rendelkező tényező (C) által megadott oszlop kereszteződésében levő cellát kiolvassuk a háromszögtáblázatból. Első kölcsönhatásunknál ennek értéke 3 lesz. Így tervünk harmadik oszlopába az AC kölcsönhatást helyezük el. Ezután a második kölcsönhatásban (BC) részt vevő és oszloppal még nem rendelkező C faktort próbáljuk elhelyezni a termátrixban. Ha a negyedik oszlopot rendeljük hozzá, akkor a BC kölcsönhatást a háromszögtáblázat második sorának és negyedik oszlopának kereszteződésében található 6-os értéknek megfelelően a hatodik oszlopba helyezük el. A fennmaradó D és E faktorokat a még szabad ötödik és hetedik oszlopba helyezük el, a két lehetőség (D-5, E-7 és D-7,E-5) bármelyikét választhatjuk. Az eredményül kapott kísérlettervet a 6.5. táblázat tartalmazza.

6.4. Szabadon maradó oszlopok

Tételezzük fel, hogy az előző példában a második kölcsönhatás nem a B és a C oszlopok között áll fenn, hanem a B és a D oszlopok között, azaz a két vizsgálatra kerülő kölcsönhatás nem rendelkezik közös faktorial.

Miután a már megismert módon elhelyezzük az A és C faktorokat és kölcsönhatásukat a termátrixban, most a B és a D oszlopnak valamint kölcsönhatásuknak kell helyet keresnünk. Ha a B (vagy D) faktort a 4-es oszlopba tesszük, akkor azzal a problémával találkozunk, hogy bármelyik fennmaradó oszlopba is helyeznénk a másik faktort a háromszög táblázat által meghatározott kölcsönhatás oszlop vagy már foglalt vagy a rendelkezésünkre álló hét oszlopon kívülre esik. Próbálkozhatunk a már helyet kapott oszlopok módosításával is, de a háromszög táblázatot tanulmányozva azt találjuk, hogy egy hét oszlopos tervben a 6.7. táblázatban szereplő oszlopok állhatnak kapcsolatban, és ezek közül nem tudunk két olyat választani, amelyeknek ne lenne közös oszlopa.

6.7. táblázat

1	2	3
1	4	5
1	6	7
2	4	6
2	5	7
2	6	4
3	4	7
3	5	6

Ilyen esetben egy nagyobb tervet kell választanunk, amelyik több oszloppal rendelkezik. A jelen esetben ez az $L_2(2^{11})$

6.8. táblázat

A	B	E	C	AC	6	7	D	9	BD	11
---	---	---	---	----	---	---	---	---	----	----

mátrixot jelenti. Megfigyelhetjük, hogy az előzőhöz képest nemcsak az oszlopok száma emelkedett (hétről tizenegyre), hanem a kísérletek száma is nagyobb lett. A háromszög táblázatot tanulmányozva a kölcsönhatások és a bennük érintett oszlopok elhelyezésére több lehetőséget is találunk. Egy megoldást szemléltet a 6.8. táblázat. Az A faktor, a C faktor és az AC kölcsönhatás az 1, 4 és 5-ös oszlopokba kerültek. A B faktor a D faktor és a BD kölcsönhatás a 2, 8 és 10-es oszlopokba kerültek. Az E faktor az első szabad helyre kerül (3. oszlop). A 6,7,9 és 11-es oszlopok kihasználatlanul maradnak.

6.4. Vegyes kísérletek tervezése

Egy kísérletet akkor tekintünk vegyesnek, ha a szereplő faktorok nem mind azonos fokszámúak pl. $L_{18}(2^1, 3^7)$ és $L_{32}(2^1, 4^9)$. Ilyenkor vagy egy Taguchi által elkészített vegyes termátrixot használunk, vagy ennek hiányában valamilyen homogén tervet alakítunk át szintnöveléssel vagy szintcsökkenéssel vegyes táblázattá.

6.4.1. Szintnövelés

Pl.: 1 négy szintes faktor és 4 két szintes faktorhoz kell tervet készítenünk, korábbi tapasztalatok alapján feltételezhetjük, hogy nem lép fel kölcsönhatás.

Mivel a kétszintesek vannak többen, ezért egy kétszintes táblatípust választunk ($L_8(2^7)$ -6.9. táblázat). A négy szintes oszlop számára 3 oszlopra lesz szükség ebben a tervben. Az első két oszlop értékeinek függvényében a 6.10. táblázat szerint felülírjuk a 3. oszlop tartalmát, majd az első két oszlopot elhagyjuk a táblázatból.

6.10. táblázat

	1	2
1	1	2
2	3	4

A három oszlopot mindig úgy kell kiválasztani, hogy a harmadik az első kettő kölcsönhatásának oszlopa legyen. Ezt a háromszög tábla segítségével jelölhetjük ki.

6.9. táblázat

	1	2	3	4	5	6	7	Y
1	1	1	1	1	1	1	1	50
2	1	1	1	2	2	2	2	62
3	1	2	2	1	1	2	2	70
4	1	2	2	2	2	1	1	75
5	2	1	3	1	2	1	2	68
6	2	1	3	2	1	2	1	65
7	2	2	4	1	2	2	1	65
8	2	2	4	2	1	1	2	74

Új oszlop

6.4.2. Szintcsökkentés

6.4.2.1. Egyszerű eljárás

Pl. három háromszintes és egy kétszintes faktort kell vizsgálnunk, feltételezhetjük, hogy nem lép fel kölcsönhatás. A feladatot úgy oldjuk meg, hogy az egyik háromszintes oszlopot kétszintesre csökkentjük.

Vegyünk egy $L_9(3^4)$ -es kísérlettervet, és az egyik oszlopban cseréljük a 3-asokat 1-esekre (6.11. táblázat).

Azt a szintet célszerű helyettesítőként (1') kiválasztani, amelyiknél a teljesítmény (mért érték) várhatóan kevésbé lesz stabil.

6.11. táblázat

	1	2	3	4	
1	1	1	±	1	1
2	1	2	±	2	2
3	1	3	±	1'	3
4	2	1	±	2	3
5	2	2	±	1'	1
6	2	3	±	1	2
7	3	1	±	1'	2
8	3	2	±	1	3
9	3	3	±	2	1

6.4.2.2. Összeférhetetlen faktorszintek

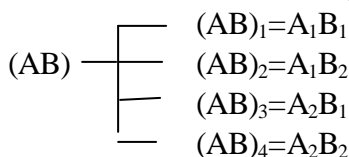
Az ortogonális mátrixokat használó kísérlettervekben minden faktor összes szintjét ki kell próbálni a többi faktor összes szintjével.

Vizsgáljuk meg az $L_4(2^3)$ -es tervet (6.12. táblázat). Amennyiben valamely ok miatt A_2 nem párosítható B_2 -vel, akkor a 4-es beállítás nem hajtható végre, és így az eredményeket se lehet kiértékelni.

Megoldás: csoportfaktor (kombinált faktor) létrehozása

Előfeltétel: Ne legyen kölcsönhatás az összevont faktorok között!

Pl. A és B faktor összevonása. Eredményül egy négy szintes faktort kapunk, de A_2 összeférhetetlen B_2 -vel, így ezt a szintet (4) elhagyjuk.



6.12. táblázat

	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

Így kapunk egy háromszintes faktort. Az A és B faktorok fő hatásait a következő képpen számoljuk ki:

$$A \text{ fő hatása} = \overline{y_{(AB)_3}} - \overline{y_{(AB)_1}} = \overline{y_{A_2B_1}} - \overline{y_{A_1B_1}} \quad (B_1 \text{ rögzített})$$

$$B \text{ fő hatása} = \overline{y_{(AB)_2}} - \overline{y_{(AB)_1}} = \overline{y_{B_2A_1}} - \overline{y_{B_1A_1}} \quad (A_1 \text{ rögzített})$$

A módszer alkalmazható olyankor is, ha páros és páratlan szintszámú faktorról kell kísérlettervet kidolgozni. Pl. három háromszintes és két kétszintes faktorhoz ($3^3, 2^2$) készítünk tervet. A faktorok között nincs kölcsönhatás. Jelöljük A-val, B-vel és C-vel a háromszintes faktorokat, valamint X-el és Y-al a kétszinteseket. A két kétszintű faktort összevonjuk:

$$(XY)_1 = X_1 Y_1 \quad (XY)_3 = X_2 Y_1$$

$$(XY)_2 = X_1 Y_2 \quad (XY)_4 = X_2 Y_2$$

Elhagyjuk a csoportfaktor negyedik szintjét, és elhelyezzük a faktorokat egy $L_9(3^4)$ teremben. Az X és Y fő hatásait az előző példához hasonlóan számoljuk ki.

6.13. táblázat

	A	B	C	(XY)
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

6.4.3. Szintnövelés és szintcsökkentés kombinált alkalmazása

Készítsük el az alábbi feltételeknek megfelelő kísérlettervet: $(2^6, 3^2, 4^1)$ tudva, hogy nincs kölcsönhatás a faktorok között. Elsőként vizsgáljuk meg a szabadságfokok kérdését:

Kétszintesek: $6 \times (2-1) = 6$

Háromszintesek: $2 \times (3-1) = 4$

Négyszintesek: $1 \times (4-1) = 3$

Összesen: 13

Az $L_{16}(2^{15})$ tervek **15** szabadságfokkal rendelkeznek

Megoldás: Kialakítunk 3 db négyszintes oszlopot. Ehhez $3 \times 3 = 9$ oszlopra lesz szükség. Marad 6 oszlop, ez éppen elég a kétszintes faktorok vizsgálatához. A három négyszintes oszlopból kettőt szintcsökkentéssel három szintessé alakítunk úgy, hogy **4=1'**

Négyszintes oszlopok kialakítása: a háromszögletű táblázat segítségével úgy választjuk ki az oszlophármasokat, hogy a harmadik mindig az első kettő kölcsönhatásának oszlopa legyen. Ennek megfelelően a három csoport:

$$1 \ 2 \ 3 \quad 4 \ 8 \ 2 \quad 7 \ 9 \ 14$$

6.5. Robusztus tervezés

Feladatunk egy elektromos hajtás zajszintjének csökkentése. A korábbi tapasztalatok alapján a hajtás viselkedését a 6.14. táblázatban szereplő faktorok befolyásolják. Ezeket két csoportba osztjuk:

- kézbentartható faktorok - különböző szintekre történő beállításuk egyszerűen, különösebb ráfordítás nélkül megoldható;
- zaj faktorok (zavaró tényezők) - a különböző szintek nem vagy csak nehezen, jelentős többletköltségek árán állíthatók be.

A kísérletek célja az, hogy megállapítsuk, hogy mely faktorok hatnak az átlagra, szórásra, esetleg mindkettőre, és melyek hatása hanyagolható el. Olyan beállítást kell találni, hogy a folyamatot a lehető legkisebb mértékben befolyásolják a zajfaktorok. Figyelembevételük a kísérletek ismétlésével történik, úgy hogy a zajfaktorokat laborkörülmények között kombináljuk az ún. külső mátrix (6.15. táblázat) szerint, vagy passzív ismétléses kísérleteket végzünk, azaz kivárjuk amíg beáll a zajfaktorok kívánt értéke.

Az ismétlések számát a külső mátrix határozza meg. A zaj faktorok fő hatását ugyanúgy számítjuk, mint a kézen tartható faktorokét. Az eredmények kiértékelése variancia elemzéssel történik.

6.15. táblázat

		<i>Kísérletterv</i>			
zaj fakt.	P	-	-	+	+
	N	-	+	-	+
	M	-	+	+	-
	Ssz.	1	2	3	4

↓

Kézbentartható faktorok							
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

→

Eredmények			
y_{i1}	y_{i2}	y_{i3}	y_{i4}
Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}
Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}
Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_{34}
Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}	Y_{44}
Y_{51}	Y_{52}	Y_{53}	Y_{54}
Y_{61}	Y_{62}	Y_{63}	Y_{64}
Y_{71}	Y_{72}	Y_{73}	Y_{74}
Y_{81}	Y_{82}	Y_{83}	Y_{84}

6.14. táblázat *A hajtás működését befolyásoló faktorok*

Faktor típus	Faktor név	Leírás
kézbentartható	A	szíj keménysége
	B	anyag
	C	szíj alakja
	D	szíj hossza
	E	rugóállandó
	F	állvány elhelyezkedése
	G	állvány távolsága
zaj	M	szereleési állapot
	N	fordulatszám
	P	frekvencia

6.6. Standard elemzés

A standard elemzés technikáját egy $L_8(2^7)$ -as kísérletterv példáján keresztül tekintjük át. A vizsgált folyamat 5 faktorra (A, B, C, D, E) rendelkezik, amelyek között előzetes ismereteink alapján két kölcsönhatás (AC, BC) meglétét feltételezzük. Mindegyik faktor kétszintes. A minőségi jellemző (optimalizációs paraméter) típusa kisebb a jobb. A kísérleti beállításokat és az elvégzett kísérletek eredményeit a 6.16. táblázat tartalmazza.

6.6.1. Hatásvizsgálat

A standard elemzés első lépéseként egy hatásvizsgálatot hajtunk végre. Ennek során kiszámoljuk az egyes faktorok és kölcsönhatások alsó és felső szintjeihez kapcsolódó eredmények összegeit és az átlagos eredményeket.

6.16. táblázat Beállítások és eredmények

	A	C	AC	B	D	BC	E	Y
1	1	1	1	1	1	1	1	42
2	1	1	1	2	2	2	2	50
3	1	2	2	1	1	2	2	36
4	1	2	2	2	2	1	1	45
5	2	1	2	1	2	1	2	35
6	2	1	2	2	1	2	1	55
7	2	2	1	1	2	2	1	30
8	2	2	1	2	1	1	3	54

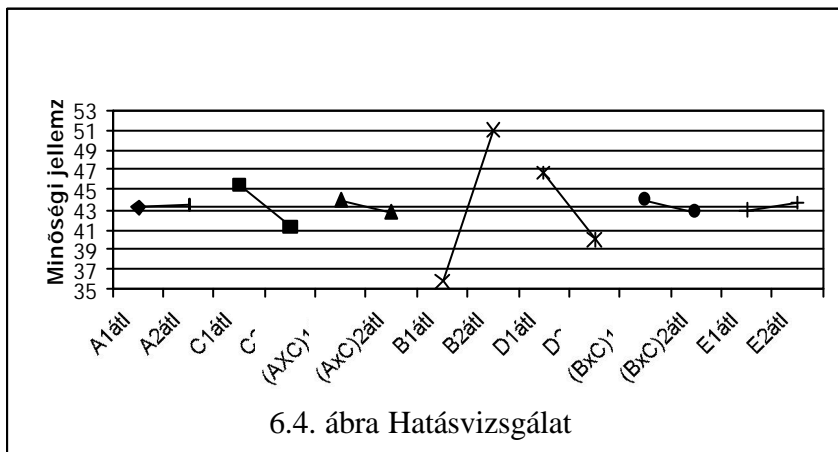
Az A faktor alsó (1) szintjéhez kapcsolódó eredmények összegét úgy kapjuk meg, hogy összeadjuk az összes olyan kísérlet eredményét, ahol az A faktor az 1-es szinten volt beállítva, így A_1 :

$$A_1 = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 = 42 + 50 + 36 + 45 = 173$$

Az átlagos eredmény:

$$\bar{A}_1 = A_1 / 4 = 173 / 4 = 43,25$$

A számítás hasonlóképpen történik a többi faktor és szint esetében is.



6.4. ábra Hatásvizsgálat

$$A_2 = Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 = 35 + 55 + 30 + 54 = 174$$

$$\bar{A}_2 = 174 / 4 = 43,50$$

$$C_1 = Y_1 + Y_2 + Y_5 + Y_6 = 42 + 50 + 35 + 55 = 182$$

$$\bar{C}_1 = 182 / 4 = 45,50$$

$$C_2 = 165 \quad \bar{C}_2 = 41,25$$

$$B_1 = 143 \quad \bar{B}_1 = 35,75$$

$$B_2 = 204 \quad \bar{B}_2 = 51,00$$

$$D_1 = 187 \quad \bar{D}_1 = 46,75 \quad D_2 = 160 \quad \bar{D}_2 = 40,00$$

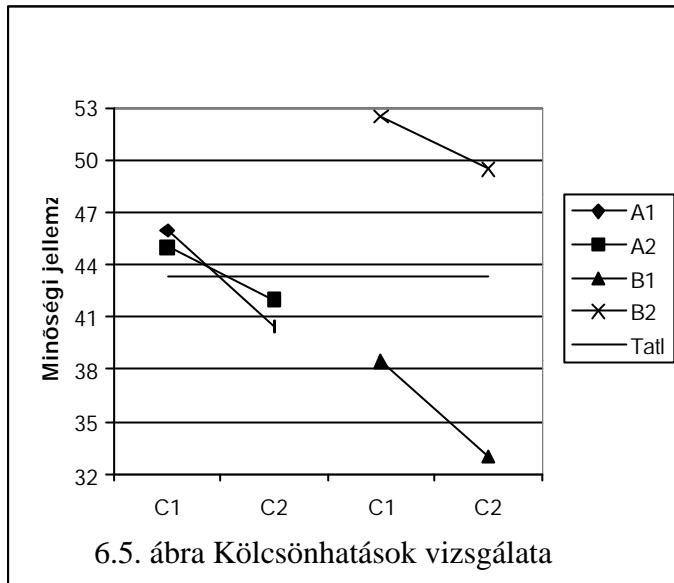
$$E_1 = 172 \quad \bar{E}_1 = 43,00 \quad E_2 = 175 \quad \bar{E}_2 = 43,75$$

$$(AC)_1 = 176 \quad (\bar{AC})_1 = 44,00 \quad (AC)_2 = 171 \quad (\bar{AC})_2 = 42,75$$

$$(BC)_1 = 176 \quad (\bar{BC})_1 = 44,00 \quad (BC)_2 = 171 \quad (\bar{BC})_2 = 42,75$$

$$\bar{A_1 C_1} = 46 \quad \bar{A_1 C_2} = 40,5 \quad \bar{A_2 C_1} = 45 \quad \bar{A_2 C_2} = 42$$

$$\bar{B_1 C_1} = 38,5 \quad \bar{B_1 C_2} = 33 \quad \bar{B_2 C_1} = 52,5 \quad \bar{B_2 C_2} = 49,5$$



A grafikus megjelenítés (6.4. ábra) egyértelműen kimutatja, hogy a B, D és a C faktorok gyakorolják a legerősebb hatást az eredményre, és a kölcsönhatások jelenléte is kimutatható.

A kölcsönhatások jelentőségéről a következő három kritérium megvizsgálása után becsülhetjük meg a kölcsönhatások jelentőségét. Ábrázoljuk a kölcsönhatások hatásértékeit, majd összekötjük őket egy-egy egyenessel a 6.5. ábrán láthatóhoz hasonlóan. Három eset lehetséges:

1. Az egyenesek párhuzamosak, ez azt jelenti, hogy a kölcsönhatás nem szignifikáns
2. Az egyenesek meghosszabbításai metszik csak egymást, itt már van kölcsönhatás, de az kevésbé szignifikáns
3. Az egyenesek metszik egymást, itt a kölcsönhatás szignifikáns

Az egyes faktorok és kölcsönhatások szignifikanciájának pontos meghatározásához egy variancia elemzést hajtunk végre.

6.6.2. Variancia elemzés (ANOVA)

A *variancia elemzés* (ANOVA = ANalysis Of VAriance) lehetővé teszi a faktorszintek váltása következtében előállt szórásnak és a kísérlet szórásának az összehasonlítását. Így megtudhatjuk, hogy az egyszerű hatászámítással kimutatott főhatások és kölcsönhatások a faktorok és kombinációik tényleges befolyását mutatják-e, vagy egyszerűen csak a véletlen változékonyságnak tudhatóak be. A variancia elemzés alkalmazásának előfeltétele a kísérletek véletlen sorrendben történő végrehajtása, mivel különben a kísérlet szórásának becslése pontatlan lehet. Mivel a variancia elemzés a legkönnyebben alkalmazható kiértékelési módszer a faktoriális kísérleti tervek esetén, a továbbiakban egy példán keresztül ismerkedünk meg használatával. A szakirodalomban több eljárás is szerepel, a most ismertetésre kerülő talán a legegyszerűbb közülük.

Az elemzés során megkeressük azokat a faktorokat és kölcsönhatásokat, amelyeknek az eredményre gyakorolt befolyása elhanyagolható, így lehetővé válik, hogy az ideális beállítás meghatározása során csak a lényeges faktorokat vegyük figyelembe, a többiek beállítási értékét gazdasági vagy robusztus tervezési szempontok alapján határozzuk meg.

Az eredmények összege:

$$T = \sum_{i=1}^8 Y_i = 42 + 50 + 36 + 45 + 35 + 55 + 30 + 54 = 347$$

A korrekciós faktor:

$$CF = T^2/n = 347^2/8 = 15051,125$$

Teljes négyzetösszeg:

$$S_T = \sum_{i=1}^8 Y_i^2 - CF = (42^2 + 50^2 + 36^2 + 45^2 + 35^2 + 55^2 + 30^2 + 54^2) - 15051,125 = 599,88$$

Az egyes oszlopok négyzetösszegei:

$$S_A = A_1^2/N_{A1} + A_2^2/N_{A2} - CF = 173^2/4 + 174^2/4 - 15051,125 = 0,125$$

ahol $N_{A1} = n_{A1} \times r$

n_{A1} azon beállítások száma, amelyekben az A faktor az 1. szinten szerepelt, r pedig az adott beállítással végrehajtott kísérletek száma: $N_{A1} = 4 \times 1 = 4$

Az A faktorhoz hasonlóan a többi négyzetösszeg:

$$\begin{array}{lll} S_B = 465,125 & S_D = 91,125 & S_{A \times C} = 3,125 \\ S_C = 36,125 & S_E = 1,125 & S_{B \times C} = 3,125 \end{array}$$

A hibatényező négyzetösszege:

$$S_e = S_T - (S_A + S_B + S_C + S_D + S_E + S_{A \times C} + S_{B \times C}) = 599,88 - 599,88 = 0$$

A szabadságfokok meghatározása:

$$f_T = n \times r - 1 = 8 \times 1 - 1 = 7,$$

ahol n a kísérleti beállítások száma, r pedig az adott beállítással végrehajtott kísérletek száma

$$f_A = \text{Az A oszlop szintjeinek száma} - 1 = 2 - 1 = 1$$

mivel minden faktor 2szintes, ezért minden faktor szabadságfoka: 1.

$$\begin{array}{lll} f_B = 1 & f_D = 1 & f_{(A \times C)} = f_A \times f_C = 1 \times 1 = 1 \\ f_C = 1 & f_E = 1 & f_{(B \times C)} = f_B \times f_C = 1 \times 1 = 1 \end{array}$$

$$\text{a hiba szabadságfoka: } f_e = f_T - (f_A + f_B + f_C + f_D + f_E + f_{A \times C} + f_{B \times C}) = 7 - 7 = 0$$

Variációk meghatározása:

$$V_A = S_A / f_A = 0,125 / 1 = 0,125$$

$$V_B = S_B / f_B = 456,125 / 1 = 456,125$$

$$V_C = S_C / f_C = 36,125 / 1 = 36,125$$

$$V_D = S_D / f_D = 91,125 / 1 = 91,125$$

$$V_E = S_E / f_E = 1,125 / 1 = 1,125$$

$$V_{AC} = S_{AC} / f_{AC} = 3,125 / 1 = 3,125$$

$$V_{BC} = S_{BC} / f_{BC} = 3,125 / 1 = 3,125$$

$$V_e = S_e / f_e = 0 / 0 = \text{nem határozható meg}$$

Mivel $S_e = 0$ és $f_e = 0$, a hányadosuk nem határozható meg. Az F variancia viszony így nem számítható az egyes faktorokra. Mivel V_e nem határozható meg, ezért a tiszta négyzetösszegek (S') sem számíthatóak. Ebből az okból kifolyólag a százalékos részesedés (P) meghatározásához, első becslésként a négyzetösszegeket kell alkalmazni a tiszta négyzetösszegek helyett, majd a nem szignifikáns faktorok kiejtése után újra meg kell őket határozni.

Az egyes faktorok és kölcsönhatások százalékos részesedése a teljes négyzetösszegeből:

$$P_A = S_A / S_T \times 100 = 0,125 / 599,88 \times 100 = 0,02 \%$$

$$P_B = S_B / S_T \times 100 = 465,125 / 599,88 \times 100 = 77,54 \%$$

$$P_C = S_C / S_T \times 100 = 36,125 / 599,88 \times 100 = 6,02 \%$$

$$P_D = S_D / S_T \times 100 = 91,125 / 599,88 \times 100 = 15,20 \%$$

$$P_E = S_E / S_T \times 100 = 1,125 / 599,88 \times 100 = 0,19 \%$$

$$P_{AC} = S_{AC} / S_T \times 100 = 3,125 / 599,88 \times 100 = 0,52 \%$$

$$P_{BC} = S_{BC} / S_T \times 100 = 3,125 / 599,88 \times 100 = 0,52 \%$$

Az eddigi számítások eredményeit a 6.17. táblázatban foglaljuk össze.

Megvizsgáljuk, hogy mely faktorok relatív hatása kisebb mint 1% (néhány szakirodalom 1,2%-ot határoz meg határértékként). Ezek hatása az optimalizációs paraméterre elhanyagolható, így ezek „kijelthetők”, azaz összevonhatók a hibatényezővel. A hibatényező az eredmény azon változékonysága, amit a kísérletbe be nem vont és a kijelített faktorok okoznak. Ide tartoznak a beállítási hibák és a zaj faktorok is.

6.18. táblázat

Kiejtés utáni ANOVA tábla

Oszlop	f	S	V	F	S'	P [%]
A	1	0,125				
C	1	36,125	36,125	19,267	34,25	5,71
AC	1	3,125				
B	1	465,125	465,125	248,067	463,25	77,22
D	1	91,125	91,125	48,6	89,25	14,88
BC	1	3,125				
E	1	1,125				
Hiba	4	7,5	7,5			2,19
Összesen	7	599,875				100

Jelen példában az A faktor, az AC kölcsönhatás, a BC kölcsönhatás és az E faktor található a határ alatt, így ezeket kijeljük. A kijelítés után az S_e és f_e értékek különbözni fognak nullától, így az ANOVA tábla egyes értékeit újra kell számolnunk.

A hibatényező négyzetösszege:

$$S_e = S_T - (S_B + S_C + S_D) = 599,9 - 592,4 = 7,5$$

A hibatényező szabadságfoka:

$$f_e = f_T - (f_B + f_C + f_D) = 7 - 3 = 4$$

A hibatényező varianciája:

$$V_e = S_e / f_e = 1,875$$

A szignifikáns faktorokra számított variancia arányok:

6.17. táblázat

ANOVA tábla

Oszlop	f	S	V	P [%]
A	1	0,125	0,125	0,02
C	1	36,125	36,125	6,02
AC	1	3,125	3,125	0,52
B	1	465,125	465,125	77,54
D	1	91,125	92,125	15,20
BC	1	3,125	3,125	0,52
E	1	1,125	1,125	0,19
Hiba	0	0	0	
Összesen	7	599,875		100

$$F_C = V_C / V_e = 36,125 / 1,875 = 19,267$$

$$F_B = V_B / V_e = 465,125 / 1,875 = 248,067$$

$$F_D = V_D / V_e = 91,125 / 1,875 = 48,600$$

A szignifikáns faktorok tiszta négyzetösszegei:

$$S_C' = S_C - (V_e \cdot x_{f_C}) = 36,125 - (1,875 \cdot 1) = 34,25$$

$$S_B' = S_B - (V_e \cdot x_{f_B}) = 465,125 - (1,875 \cdot 1) = 463,25$$

$$S_D' = S_D - (V_e \cdot x_{f_D}) = 91,125 - (1,875 \cdot 1) = 89,25$$

A valódi százalékos részesedés a tiszta négyzetösszegekkel számolva:

$$P_C = S_C' / S_T \cdot 100 = 34,25 / 599,88 \cdot 100 = 5,71$$

$$P_B = S_B' / S_T \cdot 100 = 463,25 / 599,88 \cdot 100 = 77,22$$

$$P_D = S_D' / S_T \cdot 100 = 89,25 / 599,88 \cdot 100 = 14,88$$

$$P_e = 100 - (P_C + P_B + P_D) = 2,19$$

A módosított eredményeket a 6.18. táblázat tartalmazza. Mivel a C faktor részesedése elég kicsinynek tűnik, így tovább vizsgáljuk a kiejtési lehetőségeket. További faktorok akkor ejthetők ki (vonhatók össze a hibatényezővel), ha az F (Fisher) próba a megválasztott szignifikancia szinten igazolja, hogy a vizsgált faktor (kölsönhatás) varianciája azonos a hibatényező varianciájával, azaz nem gyakorol jelentős hatást az eredmény varianciájára. Ha $F_x = V_x / V_e \leq F_{\text{táblázat}}$, akkor a megválasztott szignifikancia szinten kijelenthetjük, hogy az x faktor (kölsönhatás) nem gyakorol jelentős hatást az eredményre, és ezért kiejthető (összevonható a hibatényezővel). A táblázatbeli F értéket a választott szignifikancia (konfidencia) szint, a vizsgált faktor szabadságfoka és a hibatényező szabadságfoka alapján olvassuk ki.

Példánkban a C faktor esetében érdemes vizsgálni a kiejthetőség kérdését. A konfidencia szintet 95%-ra választjuk az ipari gyakorlatnak megfelelően. A C faktor szabadságfoka $f_1 = f_C = 1$, A hiba szabadságfoka $f_2 = f_e = 4$. Az F-tábla értéke: $F_{95\%, 1, 4} = 7,7086$, míg a számított érték $F_C = 19,27$. Mivel a táblázat belüli érték kisebb, így a C faktor nem ejthető ki.

A kezdeti hatásvizsgálat figyelembe vételével az optimális beállítás így: **B₁, C₂, D₂**

Ezen beállítás mellett a folyamat minőségi jellemzőjének várható értéke:

$$Y_{\text{opt}} = \bar{T} + (\bar{B}_1 - \bar{T}) + (\bar{C}_2 - \bar{T}) + (\bar{D}_2 - \bar{T})$$

$$Y_{\text{opt}} = 43,375 + (35,75 - 43,375) + (33 - 43,375) + (40,00 - 43,375)$$

$$Y_{\text{opt}} = 30,25$$

A várható érték konfidencia intervalluma:

$$KI = \pm \sqrt{\frac{F_{\text{konf}, 1, f_e} \cdot V_e}{N}}, \text{ ahol}$$

$$N = \frac{\text{az összes kísérlet száma}}{1 + f}, \text{ f a megtartott faktorok szabadságfokainak összege}$$

$$N = \frac{8}{1 + 3} = 2$$

$$KI = \pm \sqrt{\frac{F_{\text{konf}, 1, f_e} \cdot V_e}{N}} = \pm \sqrt{\frac{F_{95\%, 1, 4} \cdot V_e}{N}} = \pm \sqrt{\frac{7,71 \cdot 1,88}{2}} = \pm 2,69$$

A kísérletek során a legkisebb eredmény 35 volt, a $30,25 \pm 2,69$ kisebb, és mivel a cél a „kisebb a jobb” volt, a kísérlettervezéssel meghatározott optimális beállítások mellett jobb eredmény várható, így **a kísérlettervezés sikeresnek bizonyult, a cél megvalósult.**

6.7. Ismétléses kísérletek kiértékelése

6.7.1. Standard elemzés

- egyszerű hatásvizsgálat
- ANOVA
- optimális érték becslése

* A kísérlet szabadságfoka = beállítások száma x végrehajtott azonos típusú kísérletek száma - 1

$$f_T = 8 \times 3 - 1 = 23!$$

* az átlag y értékekkel dolgozunk.

6.7.2. Jel/zaj viszony elemzés

Taguchi jelnek tekinti a kézben tartható faktorok hatását, és zajnak az ún. zajfaktorok hatását. A jel/zaj viszonyon alapuló elemzés során a standard elemzéstől eltérően nem csak az ismétlések átlagát, hanem az átlag körüli szórást is figyelembe vesszük. Elsőként bevezetjük az **átlagos négyzetes eltérést** **ÁNE** (**MSD** – Mean Squared Deviation) fogalmát. Ennek értéke a minőségi jellemző típusának a függvénye:

Célérték a jobb:
$$\hat{A}NE_i = \frac{\sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_0)^2}{n}$$

Kisebb a jobb:
$$\hat{A}NE_i = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}^2}{n}$$

Nagyobb a jobb:
$$\hat{A}NE_i = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{1}{y_{ij}^2}}{n}$$

Ahol:
 i - a kísérleti beállítás (kísérlettípus) sorszáma
 n - ismétlések száma
 y_{ij} - az i. beállítás típus mellett mért j-ik érték
 y₀ - célérték

A lineáris viselkedés és az egységes (minőségi jellemző típusától független) kezelhetőség érdekében Taguchi bevezette a J/Z (Jel/Zaj), (S/N – Signal/Noise) mértéket, aminek értéke:

$$J/Z = -10 \log_{10}(\hat{A}NE)$$

Így minél **kisebb** az **ÁNE**, annál jobb; és minél **nagyobb** a **J/Z viszony**, annál jobb a folyamat eredménye. A kísérletet kiértékelő tábla végére egy újabb oszlopot iktatunk be a J/Z viszony számára, majd végrehajtuk a standard elemzést úgy, mintha egy ismétlés nélküli kísérlettervünk lenne, csak az y értékek helyett a J/Z viszony értékekkel dolgozunk. A szabadságfokok számításánál is az ismétlés nélküli értékekkel dolgozunk. Az így kiválasztott optimális beállításokkal kiszámítjuk a J/Z viszony várható értékét, ebből az $\hat{A}NE_{opt}$ -t, majd az y_{opt} -ot, amely

Nagyobb a jobb esetben
$$y_{opt} = \pm \sqrt{\frac{1}{\hat{A}NE_{opt}}}$$

Kisebb a jobb esetben
$$y_{opt} = \pm \sqrt{\hat{A}NE_{opt}}$$

Célérték a jobb esetben $y_{opt} = y_0 \pm \sqrt{ANE_{opt}}$

(ez nem intervallum, csak két lehetséges érték)

6.7.2.1. A J/Z viszony alkalmazásának előnyei

- Lehetővé teszi, hogy az optimális beállítást úgy válasszuk meg, hogy a várható érték minél közelebb legyen a célhoz, és a **cél körüli szórás a lehető legkisebb legyen.**
- Lehetővé teszi, hogy két kísérleti eredményoszt objektíven összehasonlítsunk a cél körüli szórás és az átlag és a cél közötti eltérés szempontjából.

6.7.2.2. Mikor alkalmazzuk a J/Z viszonyon alapuló elemzést?

A gyakorlati tapasztalatok alapján, ha minden egyes beállítást többször kipróbálunk, a J/Z viszony hasznos eszköz a mért értékek átlagának a célértéktől való eltérésének és a célérték körüli variációjának mérésére.

7. Minőségi változóval jellemezhető gyártási folyamatok elemzése

Vannak olyan gyártási folyamatok, amelyeknél a gyártott terméket nem tudjuk valamilyen jól mérhető tulajdonságával jellemezni (pl. átmérő, hossz, tömeg...). Ilyen eset lép fel például akkor amikor az áramköri elemeket a nyomtatott áramköri lemezekre hullámforrasztással erősítik rá. A lábak forrasztásának minősége nem mérhető folyamatosan, csak jónak és rossznak minősíthető. Ezek után az egy lemezen található hibák mennyiségének függvényében a gyártmányokat csoportokba sorolhatjuk.

Tekintsünk egy konkrét példát! Alkossunk 3 csoportot, melyek a következők:

- 1 - hiba nélküli (jó)
- 2 - néhány hiba (közepes)
- 3 - sok hiba (rossz)

A folyamat analízisére L_8 táblát alkalmaztak. A vizsgált faktorok a 7.1. táblázatban szerepelnek.

7.1. táblázat

Vizsgált faktorok

	Faktor	1. szint	2. szint
A	Áramlás típusa	eddig használt	új
B	Áramló közeg sűrűsége	kicsi	nagy
C	Forrasztási hőmérséklet	Kicsi	nagy
D	Forraszhullám magassága	kicsi	nagy
E	Előmelegítés beállítás	3	6
F	Levegőkés szöge	45°	90°
AxB	Kölcsönhatás		

Minden kísérletet 20-szor ismételték meg. Az eredmények a 7.2. táblázatban láthatók:

7.2. táblázat

Eredmények

	A	B	AxB	C	D	E	F	JÓ	KÖZEPES	ROSSZ	ÖSSZES
1	1	1	1	1	1	1	1	17	2	1	20
2	1	1	1	2	2	2	2	6	12	2	20
3	1	2	2	1	1	2	2	8	12	0	20
4	1	2	2	2	2	1	1	3	11	6	20
5	2	1	2	1	2	1	2	18	2	0	20
6	2	1	2	2	1	2	1	4	15	1	20
7	2	2	1	1	2	2	1	7	13	0	20
8	2	2	1	2	1	1	2	2	10	8	20

A minőségügyi változóval jellemzett analízis kevésbé érzékeny, mint a folytonos eloszlású mennyiségi jellemzővel leírt folyamatok analízise. Ezért több adat, azaz több mérési pont szükséges a megbízhatóbb döntéshez. Bár jelen esetben csak 20 ismétlésre kerül sor, ez az A1 és A” szintek összehasonlításához már 160 adatot jelent.

A kiértékelés folyamán az első lépés egy ún. választábla (Response Table) (7.3. táblázat) megszerkesztése.

7.3. táblázat

Választábla

FAKTOR	JÓ	KÖZEPES	ROSSZ	ÖSSZES
A1	34	37	9	80

7.3. táblázat

Választábla

A2	31	40	9	80
B1	45	31	4	80
B2	20	16	14	80
C1	50	29	1	80
C2	15	48	17	80
D1	31	39	10	80
D2	34	38	8	80
E1	40	25	15	80
E2	25	52	3	80
F1	31	41	8	80
F2	34	36	10	80
(AxB) ₁	32	37	11	80
(AxB) ₂	33	40	7	80

Az A1 hibátlan cella értékét úgy kapjuk meg, hogy az L_8 tábla A1 értékeihez tartozó „hibátlan” értékeket összeadjuk. Jelen esetben ez $17+6+8+3=34$. A többi cella értéke hasonlóan kapható meg.

A hatásos faktorokat minden faktornak minden szinten történő vizsgálatával kapjuk. Azaz megvizsgáljuk, hogy egy adott osztályhoz tartozóan (pl. „hibátlan”) mennyi a faktor két szintjén mért érték különbsége $|A1-A2|$, jelen esetben $|34-31|=3$). Hasonlóan a „közepes”-nél $|A1-A2|=|37-40|=3$, és így tovább. A negyedik oszlopban az öt megelőző három összege szerepel.

7.4. táblázat

FAKTOR	JÓ	KÖZEPES	ROSSZ	ÖSSZES
A1-A2	3	3	0	6
B1-B2	25	15	10	50
C1-C2	35	19	16	70
D1-D2	3	1	2	6
E1-E2	15	27	12	54
F1-F2	3	5	2	10
(AxB) ₁ -(AxB) ₂	1	3	4	8

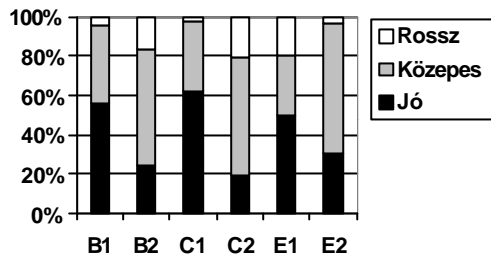
Ott, ahol a negyedik oszlopban igen magas érték szerepel, hatásos faktor található, mivel változtatása a termék minőségét is igen jelentősen befolyásolja. Jelen esetben látszik, hogy messze kiugróan a B, C és E a fontos faktorok.

A fontos faktorokat hisztogramban (7.1. ábra) ábrázolhatjuk. Ehhez felhasználjuk a Választábla megfelelő sorait százalékos alakban ($100\%=80$).

7.5. táblázat

FAKTOR	JÓ	KÖZEPES	ROSSZ	ÖSSZES
B1	56	39	5	100
B2	25	58	17	100
C1	62	36	2	100
C2	19	60	21	100
E1	50	31	19	100

E2	31	65	4	100
----	----	----	---	-----



7.1. ábra Hisztogram

A hisztogram alapján megválaszthatjuk a fontos faktorok megfelelő szintjeit. Ha a célunk az, hogy minél több legyen a hibátlan a gyártott darabok között, akkor a B1, C1 és E1 szinteket célszerű választani. Ha ellenben az a cél, hogy a sok hibát tartalmazó lemezek száma a legkevesebb legyen, akkor B1, C1 és E2 szintek választandók.

Minőségi jellemzőkkel történő vizsgálat esetén is ugyanúgy végezhetőek a faktorszelekciós ill. optimalizációs (többszintű) kísérletek, mint a mennyiségi változós esetben.

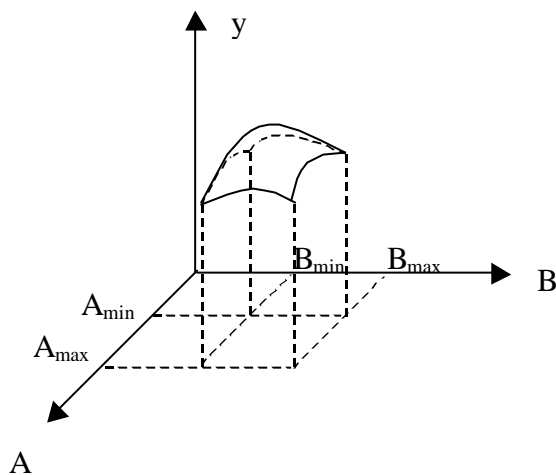
8. Válaszfelület módszerek

8.1. Válaszfelület

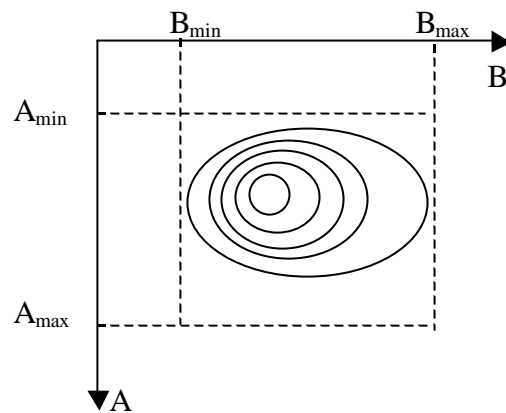
A faktorok hatása az optimalizációs paraméterre (eredményre) egy

$$y=f(A,B,C,D, \dots)$$

alakú függvény, az ún. válaszfüggvény segítségével írható le. A válaszfüggvény adja meg a jelenség matematikai modelljét. A 8.1. ábrán a faktorok értékeinek függvényében az optimalizációs paraméter változását ábrázoltuk grafikusán egy egyszerű kétfaktoros esetben, feltételezve, hogy a faktorok folytonosak. Az y változását ábrázoló felületet válaszfelületnek nevezzük. Két faktor esetén a válaszfelületet ún. szintvonalak segítségével egy síkbeli koordináarendszerrel is ábrázolhatjuk két



8.1. ábra Válaszfelület a faktortérben



8.2. ábra Szintvonalak

faktor esetén (8.2. ábra). Minden görbe az optimalizációs paraméter egy értékének felel meg, ezért ezeket a vonalakat azonos válaszok vonalának is nevezik. Diszkrét értékeket felvevő faktorok esetén válaszfelület helyett pontthalmazt kapunk.

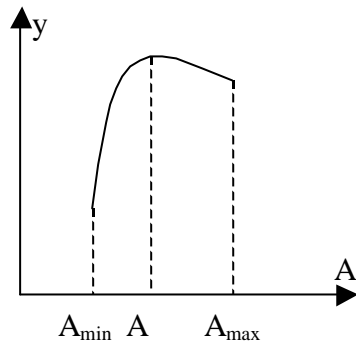
8.2. Lépegetések elve

A továbbiakban ismertetésre kerülő módszereknél az ún. lépegetések elvét alkalmazzuk, azaz a teljes és részleges faktoriális tervektől eltérően nem előre meghatározott szintek kombinációit kipróbálva keressük meg az optimális értéket, hanem a végrehajtott kísérletek eredményeinek függvényében, a faktortérben szükség esetén irányt változtatva, határozzuk meg a soron következő kísérletek paramétereit, a faktorszinteket. A lépegetések elve:

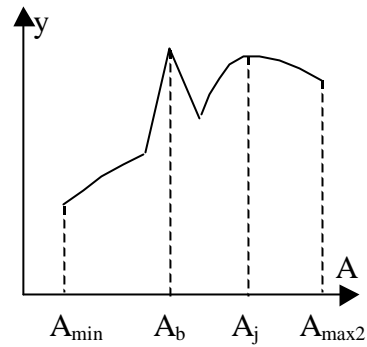
- megismerjük néhány pontban az y -t,
- meghatározzuk, hogy merre várható javulás y -ban,
- arra lépünk egyet, majd vissza az első lépéshez.

A lépegetéses módszerek az alábbi három feltétel teljesülése esetén alkalmazhatók:

- a felület folytonos,
- a felület sima,
- a keresett szélsőérték típusából (lokális maximum vagy minimum) csak egy létezik.



8.3. ábra A feltételek teljesülnek



8.4. ábra A felület nem sima, több lokális maximum

A feltételek teljesülése esetén a válaszfüggvény egy analitikus függvény, ami hatványsorba fejthető a faktortér bármely pontjának környezetében. Ez azért fontos, mert egy hatványsorral leírt függvény paramétereit könnyen meg tudjuk határozni. Ha feltételek nem teljesülése mellett alkalmazzuk ezeket a módszereket, akkor például a 8.4. ábrán látható hibás eredményhez juthatunk. Itt balról indulva az A_b pontnál levő, míg jobbról indulva az A_j pontnál levő lokális maximumot találjuk meg.

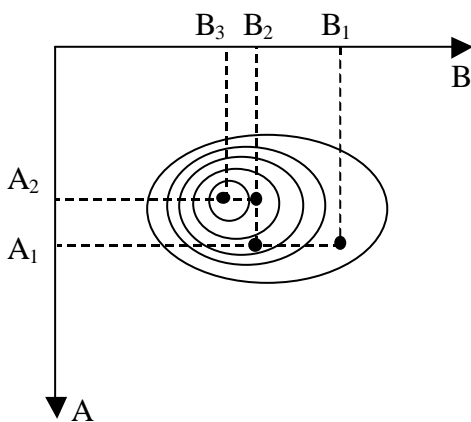
8.3. Lépegetések elvén alapuló módszerek

1. klasszikus módszer (Gauss-Seidel) – 8.5. ábra
2. gradiens módszer – 8.6. ábra
3. sztochasztikus közelítések módszere
4. szimplex módszer (Spendley, Next, Himsworth)

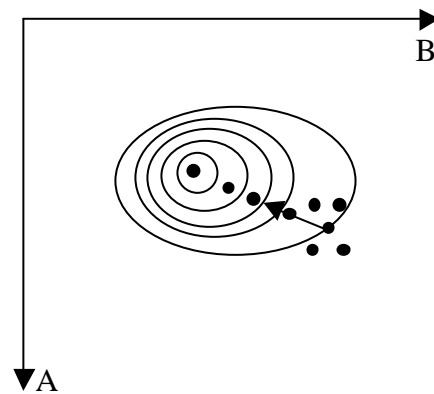
8.4. Matematikai modell

A 2. és 3. módszerekhez matematikai modellre van szükség. A modellel szemben támasztott elvárások:

- a további kísérleti beállítások irányának jóslása
- minden irányban azonos pontossággal rendelkezzen
- legyen egyszerű, azonos feltételek között mindig hatványsorokat tekintjük az egyszerű



8.5. ábra Gauss-Seidel módszer



8.6. ábra Gradiens módszer

megoldásnak (polinom)

Ha az első két feltétel teljesül, akkor a modell adekvát. Ha lehetséges, akkor a polinom modellt alkalmazzuk. Pl. két faktor (A és B) esetén:

0. fokú: $y = \beta_0$

1. fokú: $y = \beta_0 + \beta_A \cdot A + \beta_B \cdot B$

2. fokú: $y = \beta_0 + \beta_A \cdot A + \beta_B \cdot B + \beta_{AB} \cdot A \cdot B + \beta_{AA} \cdot A^2 + \beta_{BB} \cdot B^2$

9. Gradiens módszer

A gradiens módszer kiválasztása esetén a lépegetés az optimalizációs paraméter leggyorsabb javulásának irányában történik. Az irányt meghatározó gradiens megadásához szükségünk van a matematikai modellt leíró polinom együtthatóira a szabad tag kivételével.

A költségkímélés érdekében elsőfokú polinommal kezdünk, mert annak kisebb a kísérletigénye, és információt ad a gradiens irányára vonatkozólag. Ez az irányinformáció csak kis tartományon belül érvényes, ezért a gradiens irányában haladva újabb résztartományt derítünk fel, újabb kísérleteket végzünk. A résztartomány megválasztása egy intuitív döntés.

9.1. A modell felállítása

- faktorok meghatározása
- a faktorok értelmezési tartományának meghatározása ($\acute{E}T_A, \acute{E}T_B, \dots$)
 - $\acute{E}T_A = A_{\min} \dots A_{\max}$
 - $\acute{E}T_B = B_{\min} \dots B_{\max}$
- az alapszint (A_0, B_0, \dots) meghatározása – ez a kiinduló pontunk
- a variációs intervallum (kezdeti kísérleti tartomány) megállapítása (VI_A, VI_B, \dots)
 - szűk: $\frac{VI}{\acute{E}T} < 0,1$
 - közepes: $\frac{VI}{\acute{E}T} = 0,1 \dots 0,3$
 - széles: $\frac{VI}{\acute{E}T} > 0,3$
- kezdeti faktorszintek meghatározása
 - $A_1 = A_0 - VI_A$ $A_2 = A_0 + VI_A$
 - $B_1 = B_0 - VI_B$ $B_2 = B_0 + VI_B$
 - ...
- az induló kísérlet végrehajtása
- transzformált faktorértékek meghatározása
 - $X_1 \rightarrow -1$ $X_0 \rightarrow 0$ $X_2 \rightarrow +1$
 - $X_{Ti} = \frac{X_i - X_0}{VI_X}$ $\{-1, 0, +1\}$, ahol i 1 vagy 2 és X a faktort jelöli: A, B, \dots
 - $A_{Ti} = \frac{A_i - A_0}{VI_A}$ $B_{Ti} = \frac{B_i - B_0}{VI_B}$
 - ...
- a transzformált modell:
 - $y = b_0 + b_A \cdot A_T + b_B \cdot B_T + b_{AB} \cdot A_T \cdot B_T + b_{AA} \cdot A_T^2 + b_{BB} \cdot B_T^2$
 - $b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i}{n}$ n : a beállítások száma
 \bar{y}_i : az i . beállítással végrehajtott kísérletek eredményeinek átlaga

$$\begin{aligned}
 \circ \quad b_X &= \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i \cdot X_{Ti}}{n} & X: & \text{a faktor} \\
 \circ \quad b_A &= \frac{\sum_{i=1}^n A_{Ti} \cdot \bar{y}_i}{n} & b_B &= \frac{\sum_{i=1}^n B_{Ti} \cdot \bar{y}_i}{n} \\
 \circ \quad b_{XZ} &= \frac{\sum_{i=1}^n X_{Ti} \cdot Z_{Ti} \cdot \bar{y}_i}{n} & b_{AB} &= \frac{\sum_{i=1}^n A_{Ti} \cdot B_{Ti} \cdot \bar{y}_i}{n} \\
 \circ \quad L_X &= \mathbf{m} VI_X \cdot b_X & & \text{lépéshossz} \\
 \circ \quad L_A &= \mathbf{m} VI_A \cdot b_A & & 0 < \mathbf{m} \leq 1 \\
 \circ \quad L_B &= \mathbf{m} VI_B \cdot b_B & &
 \end{aligned}$$

Megjegyzések:

- a gradiens kiszámításánál csak a szignifikáns faktorokat vesszük figyelembe
 - a gradiens kísérleteket az alapszint figyelembe vételével (A_0 , B_0) indítjuk, mert ennek a pontnak a környezetében a legpontosabb a gradiens becslése
 - μ -t úgy határozzuk meg, hogy legalább 5 pontot állapíthassunk meg, még mielőtt kilépnének a faktorok értékeinek értelmezési tartományából
- kísérletek végrehajtása és kiértékelése

9.2. A gradiens módszer alkalmazása

Ritka földfémek csoportjába tartozó elemek keverékének ioncserés szétválasztása imido-ecetsav oldataival. Az optimalizációs paraméter (y) az eluátum (kimenő oldat) neodim tartalma [%]. Lépések:

- faktorok meghatározása:
 - A: az eluátum koncentrációja súly százalékban
 - B: az eluátum pH értéke
- a faktorok értelmezési tartományának meghatározása ($\acute{E}T_A$, $\acute{E}T_B$, ...)
 - $\acute{E}T_A = A_{\min} \cdot A_{\max} = 0,5 \dots 3$
0,5 alatt túl sokáig tart a folyamat
3 fölött már telített az oldat, azaz nem indul be a folyamat
 - $\acute{E}T_B = B_{\min} \cdot B_{\max} = 3 \dots 8$
3 alatt a sav nincs disszociált állapotban
8 felett mindkét vegyület megsemmisül
- az alapszint meghatározása
 $A_0 = 1,5$ $B_0 = 7$
- a variációs intervallum (kezdeti kísérleti tartomány) megállapítása (VI_A , VI_B , ...)
 - középet választunk: $\frac{VI}{\acute{E}T} = 0,2$
 - $VI_A = 0,5$ $VI_B = 1,0$
- kezdeti faktorszintek meghatározása
 - $A_1 = A_0 - VI_A = 1$ $A_2 = A_0 + VI_A = 2$
 - $B_1 = B_0 - VI_B = 6$ $B_2 = B_0 + VI_B = 8$

- az induló kísérletek végrehajtása: két kétszintes faktorú teljes faktoriális kísérletterv (8.1. táblázat)
- transzformáció

$$A_{Ti} = \frac{A_i - A_0}{VI_A} \qquad B_{Ti} = \frac{B_i - B_0}{VI_B}$$

- a transzformált modell (elsőfokú modellel dolgozva)

$$y = b_0 + b_A \cdot A_T + b_B \cdot B_T$$

$$b_A = \frac{\sum_{i=1}^n A_{Ti} \cdot \bar{y}_i}{n} = \frac{-95 + 90 - 85 + 82}{4} = -2$$

$$b_B = \frac{\sum_{i=1}^n B_{Ti} \cdot \bar{y}_i}{n} = \frac{-95 - 90 + 85 + 82}{4} = -4,5$$

- aránytényező (μ) meghatározása úgy, hogy legalább 5 pontot állapíthassunk meg, még mielőtt kilépnének a faktorok értékeinek értelmezési tartományából, azaz A_0 , B_0 még az értelmezési tartományon belül kell legyen

$$A_0 = A_0 + 5 \cdot m \cdot VI_A \cdot b_A \quad \text{és} \quad B_0 = B_0 + 5 \cdot m \cdot VI_B \cdot b_B, \quad \text{és}$$

$$A_{\min} \leq A_0 \leq A_{\max} \quad \text{valamint} \quad B_{\min} \leq B_0 \leq B_{\max}$$

- a gradiens irányának figyelembe vételével csak az értelmezési tartomány egyik szélső értékét kell bevonjuk a számításba; mivel a jelen esetben b_A és b_B negatív

$$m = \min \left\{ \frac{A_0 - A_{\min}}{5 \cdot VI_A \cdot |b_A|}, \frac{B_0 - B_{\min}}{5 \cdot VI_B \cdot |b_B|} \right\}$$

$$m = \min \left\{ \frac{1,5 - 0,5}{5 \cdot 0,5 \cdot |-2|}, \frac{7 - 3}{5 \cdot 1 \cdot |-4,5|} \right\} = \min \left\{ \frac{1}{5}, \frac{4}{22,5} \right\} = \min \{0,2; 0,177\} = 0,177$$

- a számítások egyszerűsítése érdekében ezt az értéket lefele kerekítjük

$$\mu = 0,1$$

$$\text{lépéshossz: } L_A = m \cdot VI_A \cdot b_A = 0,1 \cdot 0,5 \cdot (-2) = -0,1$$

$$L_B = m \cdot VI_B \cdot b_B = 0,1 \cdot 1 \cdot (-4,5) = -0,45$$

- az értelmezési tartományban végrehajtható kísérletek faktorszintjeinek kiszámítása (8.2. táblázat)

$$A_i = A_0 + (i - 4) \cdot m \cdot VI_A \cdot b_A$$

$$B_i = B_0 + (i - 4) \cdot m \cdot VI_B \cdot b_B$$

- kísérletek végrehajtása és kiértékelése

- a 11. kísérlettől kezdve csökken a százalékos neodim tartalom, így 12. és 13. kísérletet nem is kell végrehajtani, mert abból a feltételezésből indultunk ki, hogy csak egy lokális maximumpontunk van

- az optimalizációs paraméter értéke változásának grafikus ábrázolása (8.1. ábra)

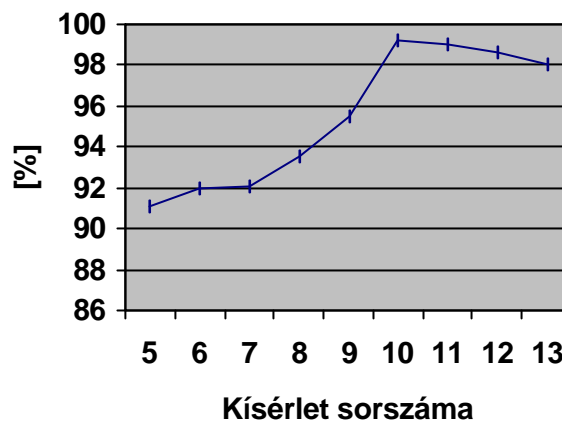
8.1. táblázat

	A	A _T	B	B _T	Y
1	1	-1	1	-1	95
2	2	+1	1	-1	90
3	1	-1	2	+1	85
4	2	+1	2	+1	82

8.2. táblázat

	A	B	y [%]
5	1,4	6,55	91,1
6	1,3	6,10	92,0
7	1,2	5,65	92,1
8	1,1	5,20	93,5
9	1,0	4,75	95,5
10	0,9	4,30	99,2
11	0,8	3,85	99,0
12	0,7	3,40	98,6
13	0,6	3,00	98,0

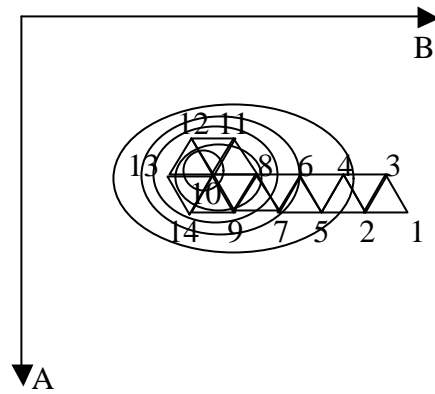
- optimális eredményt az $A=0,9$ és $B=4,30$ faktorszintek mellett érünk el



8.1. ábra Az optimalizációs paraméter értékének változása a gradiens kísérletek során

10. Szimplex módszer

A szimplex módszert Spendley, Next és Himsworth dolgozta ki 1962-ben. A szimplex egy poliéder, ami egy n dimenziós térben $n+1$ csúccsal rendelkezik. Például síkban három tetszőleges helyzetű, de nem egy egyenesen levő csúccsal, míg egy háromdimenziós térben négy tetszőleges helyzetű, de nem egy síkban fekvő csúccsal rendelkezik. A szimplexet akkor nevezzük szabályosnak, ha mindegyik éle azonos hosszúságú. A poliéder minden csúcsa egy kísérleti beállításnak felel meg, ahol a koordináták adják meg az egyes faktorok értékeit.



10.1. ábra Szimplex módszer

Az optimalizációs paraméter típusától (nagyobb a jobb, kisebb a jobb, névérték a jobb) függően a módszer kis mértékben eltérő változatokkal rendelkezik. Vizsgáljuk meg nagyobb a jobb esetet két faktorra (A és B). A felállított szimplex egy egyenlő oldalú háromszög lesz (10.1. ábra).

Előzetes információk vagy becslés alapján meghatározzuk az első szimplex helyzetét, és végrehajtjuk a csúcsokhoz tartozó kísérleteket. Megkeressük azt a csúcsot, amelyhez a legkisebb eredmény tartozott. A következő szimplexet úgy állítjuk elő, hogy ezt a csúcsot elhagyjuk, és tükrözzük őt a másik két csúcs által meghatározott élre. Végrehajtjuk az új szimplex új csúcsához tartozó kísérletet, majd ezt a technikát egészen addig ismétljük, amíg az optimum pont közvetlen közelébe nem érünk. Az optimum (maximum) pont közelségére a módszer úgy reagál, hogy a szimplex forogni kezd a maximum ponthoz legközelebb levő csúcsa körül (10.1. ábra).

10.1. Kezdő szimplex

A könnyű számíthatóság érdekében a kísérleteinket jelképező pontokat egy transzformált koordináta-rendszerbe kell áthelyeznünk. Itt a szimplexek minden éle egységnyi hosszúságú lesz. A kezdő szimplexet a 10.2. ábrán látható módon helyezzük el ebben a rendszerben, így az egyes csúcsok az alábbi koordinátákkal rendelkeznek.

$$A_{2T} - A_{1T} = p \quad A_T \text{ tengelyen}$$

$$B_{2T} - B_{1T} = q \quad B_T \text{ tengelyen}$$

...

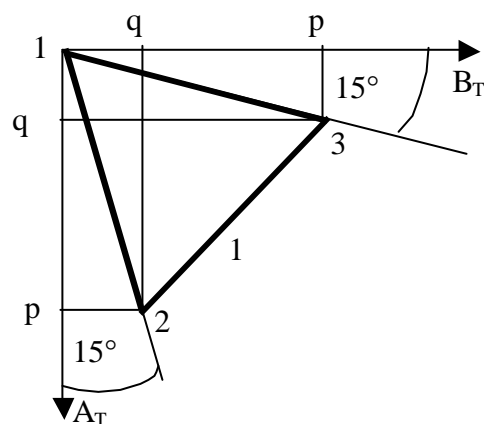
$$X_{2T} - X_{1T} = \xi \quad X_T \text{ tengelyen (ahol } \xi \text{ értéke } p \text{ vagy } q \text{ a 10.1. táblázat szerint)}$$

A transzformált koordinátatengelyek léptékeit úgy határozzuk meg, hogy a szimplex élei egységnyi hosszúságúak legyenek. Ebben az esetben a transzformált koordináta értékeket az alábbi képletekkel számíthatjuk ki.

$$p = \frac{(n-1 + \sqrt{n+1})}{n\sqrt{2}} \quad \text{és}$$

$$q = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n\sqrt{2}} \quad , \text{ ahol } n \text{ a faktorok száma}$$

Két faktor esetén (10.2. ábra) $n=2$, és



10.2. ábra Kezdő szimplex transzformált koordináta-rendszerben

$$p = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \quad \sin 75^\circ = p$$

$$q = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} \quad \sin 15^\circ = q$$

A kiinduló szimplex transzformált koordinátáit általános esetben a 10.1. táblázat segítségével határozhatjuk meg.

10.1. táblázat

Transzformált koordináták

Pontok\Koordináták	A_T	B_T	C_T	D_T	...	X_{nT}
1	0	0	0	0	...	0
2	p	q	q	q	...	q
3	q	p	q	q	...	q
4	q	q	p	q	...	q
·						
·						
·						
n+1	q	q	q	q	...	p

$$\overline{12} = \overline{23} = \overline{31} = 1 \quad A_T \times B_T \quad \text{koordinátarendszerben}$$

$$A_{1T}=0 \quad A_{2T}=p \quad A_{3T}=q$$

$$B_{1T}=0 \quad B_{2T}=q \quad B_{3T}=p$$

A transzformáció mértékének meghatározásához ismernünk kell az első két csúcspont faktorszintjeit.

Tudva azt, hogy

$$\Delta A = A_2 - A_1 \quad \text{és}$$

$$\Delta B = B_2 - B_1$$

a kezdő szimplex egyes csúcsaihoz (kísérleteihez) tartozó faktorszinteket a következő képletek határozzák meg:

$$A_i = A_1 + A_{iT} \cdot \frac{\Delta A}{p}$$

$$B_i = B_1 + B_{iT} \cdot \frac{\Delta B}{q}$$

...

ahol i a kezdő szimplex aktuális csúcsának sorszáma.

Kétfaktoros esetben a kezdő szimplex harmadik csúcsának koordinátáit kell a fenti módszerrel kiszámítani. A táblázatból megkapjuk a csúcs transzformált rendszerbeli két koordinátáját:

$$A_{3T}=q \quad \text{és} \quad B_{3T}=p$$

Ezek alapján az eredeti rendszerben a csúcs koordinátái, azaz a harmadik kísérlethez tartozó faktorszintek a következők:

$$A_3 = A_1 + q \cdot \frac{\Delta A}{p} \quad \text{és} \quad B_3 = B_1 + p \cdot \frac{\Delta B}{q}$$

10.2. Az új szimplex csúcsa

Az új szimplex egy csúcsban különbözik a legutóbbtól. Meghatározása az előző szimplex három csúcsához kapcsolódó kísérletek eredményeinek ismeretében történik, úgy hogy elhagyjuk a leggyengébb eredményt hozó csúcst, és tükrözzük őt a másik két csúcs által meghatározott élre. Térbeli szimplex esetén a tükrözés a megmaradó csúcsok által meghatározott felületre történik. Általános esetben az új csúcs transzformált koordinátáit az alábbi képlettel határozzuk meg:

$$X_{újT} = \frac{2}{n} \cdot \sum X_T - X_{eT} \cdot \left(\frac{2}{n} + 1 \right), \quad \text{ahol}$$

n a faktorok száma,

$\sum X_T$ az előző szimplex csúcsai transzformált X faktor értékeinek összege

X_{eT} az elhagyott csúcs transzformált X faktor értéke

Ha 8. ábra példáját követjük és az 1. csúcsot hagyjuk el, akkor az új (4.) csúcs koordinátái a transzformált koordinátarendszerben:

$$A_{4T} = \frac{2}{2} \cdot \sum_{k=1}^3 A_{kT} - A_{1T} \cdot \left(\frac{2}{2} + 1 \right) = A_{1T} + A_{2T} + A_{3T} - 2 \cdot A_{1T} = p + q$$

$$B_{4T} = \frac{2}{2} \cdot \sum_{k=1}^3 B_{kT} - B_{1T} \cdot \left(\frac{2}{2} + 1 \right) = B_{1T} + B_{2T} + B_{3T} - 2 \cdot B_{1T} = q + p$$

A kísérletek végrehajtásához a valós koordinátákra, azaz faktorszintekre van szükségünk. Ezeket a következő képletekkel kapjuk meg:

$$A_4 = A_1 + A_{4T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (p + q) \cdot \frac{\Delta A}{p}$$

$$B_4 = B_1 + B_{4T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (q + p) \cdot \frac{\Delta B}{q}$$

10.3. A szimplex módszer előnyös tulajdonságai

- a szimplex torzulhat (nem kötelező a pontos beállítás)
- nem kell megismételni (a durva hibák hatása is elkenődik)
- a faktorszámmal nő a hatékonyság

10.4. Példa a szimplex módszer alkalmazására

Egy 2500 MPa keménységű anyagba $\phi 0,7$ mm átmérőjű acél csigafúróval furatokat készítünk. Kenő/hűtő folyadékként terpentin olajt használunk. A fúró élettartama szerint szeretnénk optimalizálni a folyamatot. Az élettartamot (y) a cseréig elkészített furat mélységével [mm] jellemezzük. Az optimalizációs paraméterünk típusa nagyobb a jobb. Két faktort sikerült beazonosítanunk (10.2. táblázat), ezek:

A a fúró fordulatszáma [ford/min]

B előtolás [mm/ford]

Feltételezzük, hogy bármilyen egész számú fordulatszámot be tudunk állítani, és az előtolás mértékét négy tizedesnyi pontossággal tudjuk szabályozni. A szimplex első két pontjaként a 10.2. táblázatban szereplő faktorszinteket választjuk meg.

A transzformált koordinátarendszer két jellemzője:

$$p = \frac{(n-1 + \sqrt{n+1})}{n\sqrt{2}} = \frac{(2-1 + \sqrt{2+1})}{2\sqrt{2}} = 0,9659$$

$$q = \frac{\sqrt{n+1}-1}{n\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2+1}-1}{2\sqrt{2}} = 0,2588$$

A szimplex harmadik csúcsának koordinátái, azaz a harmadik kísérlet faktorszintjei:

$$A_3 = A_1 + q \cdot \frac{\Delta A}{p} = 2000 + 0,2588 \cdot \frac{1000}{0,9659} = 2267,9366 \approx 2268 \text{ [ford/min]}$$

$$B_3 = B_1 + p \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,0030 + 0,9659 \cdot \frac{0,0015}{0,2588} = 0,0085983 \approx 0,0085 \text{ [mm/ford]}$$

10.2. táblázat

	1	2	ΔX
A	2000	3000	1000
B	0,0030	0,0045	0,0015

Az első három kísérlet eredményei:

$$Y_1=9 \quad Y_2=11,6 \quad Y_3=13,6$$

Az első kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (4.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{4T} = \frac{2}{2} \cdot \sum_{k=1}^3 A_{kT} - A_{1T} \cdot \left(\frac{2}{2}+1\right) = A_{1T} + A_{2T} + A_{3T} - 2 \cdot A_{1T} = p + q = 1,2247$$

$$B_{4T} = \frac{2}{2} \cdot \sum_{k=1}^3 B_{kT} - B_{1T} \cdot \left(\frac{2}{2}+1\right) = B_{1T} + B_{2T} + B_{3T} - 2 \cdot B_{1T} = q + p = 1,2247$$

A negyedik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_4 = A_1 + A_{4T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (p + q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 2000 + 1,2247 \cdot \frac{1000}{0,9659} = 3267,9366 \approx 3268$$

$$B_4 = B_1 + B_{4T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (q + p) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,0030 + 1,2247 \cdot \frac{0,0015}{0,2588} = 0,01009 \approx 0,0101$$

A negyedik kísérlet végrehajtása után az $Y_4=13,8$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_2=11,6 \quad Y_3=13,6 \quad Y_4=13,8$$

A kettes kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (5.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{5T} = A_{3T} + A_{4T} - A_{2T} = q + p + q - p = 2q$$

$$B_{5T} = B_{3T} + B_{4T} - B_{2T} = p + p + q - q = 2p$$

Az ötödik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_5 = A_1 + A_{5T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (2q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 2000 + 2 \cdot 0,2588 \cdot \frac{1000}{0,9659} = 2535,8730 \approx 2536$$

$$B_5 = B_1 + B_{5T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (2p) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,0030 + 2 \cdot 0,9659 \cdot \frac{0,0015}{0,2588} = 0,0141$$

Az ötödik kísérlet végrehajtása után az $Y_5=13,9$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_3=13,6 \quad Y_4=13,8 \quad Y_5=13,9$$

A hármas kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (6.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{6T} = A_{4T} + A_{5T} - A_{3T} = p + q + 2q - q = p + 2q$$

$$B_{6T} = B_{4T} + B_{5T} - B_{3T} = p + q + 2p - p = 2p + q$$

A hatodik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_6 = A_1 + A_{6T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (p + 2q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 3535,8733 \approx 3536$$

$$B_6 = B_1 + B_{6T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (2p + q) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,0156$$

Az hatodik kísérlet végrehajtása után az $Y_6=22$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_4=13,8 \quad Y_5=13,9 \quad Y_6=22$$

A négyes kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (7.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{7T} = A_{5T} + A_{6T} - A_{4T} = 2q + p + 2q - p - q = 3q$$

$$B_{7T} = B_{5T} + B_{6T} - B_{4T} = 2p + 2p + q - p - q = 3p$$

A hetedik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_7 = A_1 + A_{7T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (3q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 2803,8099 \approx 2804$$

$$B_7 = B_1 + B_{7T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (3p) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,01979501 \approx 0,0198$$

A hetedik kísérlet végrehajtása után az $Y_7=14,2$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_5=13,9 \quad Y_6=22 \quad Y_7=14,2$$

Az ötös kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (8.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{8T} = A_{6T} + A_{7T} - A_{5T} = p + 2q + 3q - 2q = p + 3q$$

$$B_{8T} = B_{6T} + B_{7T} - B_{5T} = 2p + q + 3p - 2p = 3p + q$$

A nyolcadik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_8 = A_1 + A_{8T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (p + 3q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 3803,81 \approx 3804$$

$$B_8 = B_1 + B_{8T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (3p + q) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,02127 \approx 0,0213$$

A nyolcadik kísérlet végrehajtása után az $Y_8=14,8$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_6=22 \quad Y_7=14,2 \quad Y_8=14,8$$

A hetes kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (9.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{9T} = A_{6T} + A_{8T} - A_{7T} = p + 2q + p + 3q - 3q = 2p + 2q$$

$$B_{9T} = B_{6T} + B_{8T} - B_{7T} = 2p + q + 3p + q - 3p = 2p + 2q$$

A kilencedik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_9 = A_1 + A_{9T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (2p + 2q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 4535,8734 \approx 4536$$

$$B_9 = B_1 + B_{9T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (2p + 2q) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,01718 \approx 0,0172$$

Az kilencedik kísérlet végrehajtása után az $Y_9=16,1$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_6=22 \quad Y_8=14,8 \quad Y_9=16,1$$

A nyolcas kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (10.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{10T} = A_6 + A_{9T} - A_{8T} = p + 2q + 2p + 2q - p - 3q = 2p + q$$

$$B_{10T} = B_{6T} + B_{9T} - B_{8T} = 2p + q + 2p + 2q - 3p - q = p + 2q$$

A tízedik kísérlethez tartozó faktorszintek:

$$A_{10} = A_1 + A_{10T} \cdot \frac{\Delta A}{p} = A_1 + (2p + q) \cdot \frac{\Delta A}{p} = 4267,9367 \approx 4268$$

$$B_{10} = B_1 + B_{10T} \cdot \frac{\Delta B}{q} = B_1 + (p + 2q) \cdot \frac{\Delta B}{q} = 0,01158 \approx 0,0116$$

A tízedik kísérlet végrehajtása után az $Y_{10}=17$, így az aktuális szimplex három eredménye:

$$Y_6=22 \quad Y_9=16,1 \quad Y_{10}=17$$

A kilences kísérlet hozta a leggyengébb eredményt, ezért a hozzá tartozó csúcsot hagyjuk el. Az új (11.) csúcs transzformált koordinátái:

$$A_{11T} = A_6 + A_{10T} - A_{9T} = p + 2q + 2p + q - 2p - 2q = p + q$$

$$B_{11T} = B_{6T} + B_{10T} - B_{9T} = 2p + q + p + 2q - 2p - 2q = p + q$$

Megfigyelhetjük, hogy a 7,8,9,10 és 11-es kísérleteknél a szimplex a 6-os pont körül forog, tehát ez a pont van a legközelebb az általunk keresett optimális értékhez. A kísérlettervezés és –kiértékelés eredményeként kijelenthetjük, hogy a fúró élettartama akkor lesz maximális, ha a fúró fordulatszáma 3536 ford/min és az alkalmazott előtolás mértéke 0,0156 mm/ford. Ekkor az élettartam várható értéke furatmélységben kifejezve 22 mm lesz.

Irodalomjegyzék

- [Adler 1977] Adler, Ju. P.; Markova, E. V.; Granovszkij, Ju., V.: Kísérletek tervezése optimális feltételek meghatározására, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
ISBN 963 10 1460 6
- [Cobb 1998] Cobb, G. W.: Introduction to design and analysis of experiments, Springer Verlag, New York, 1998.
ISBN 0-387-94607-1
- [Cochran 1968] Cochran, W. G.; Cox, G. M.: Experimental Designs, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1968.
- [ConsAct 1993] Minőségügyi módszerek I, ConsAct, Budapest, 1993.
- [Dukáti 1988] Dukáti Ferenc: Termékek matematikai, Statisztikai ellenőrzése, Budapesti Műszaki Egyetem-Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest, 1988.
ISBN 963 431 694 8
- [Fridrik 1988] Fridrik László, Csóka János, Maros Zsolt, Orosz László: Faktoriális kísérlettervezés I., Nehézipari Műszaki Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Miskolc, 1988.
Ggy.88.179-NME
- [ISO 3534-1:1993] ISO 3534-1:1993 Statistics-Vocabulary and symbols.-Part 1:Probability and general statistical terms.
- [ISO 3534-3:1985] ISO 3534-3:1985 Statistics-Vocabulary and general symbols.-Part 3:Design of experiments.
- [Jeschke 1990] Jeschke, K.; Kerekes, L.; Crisan, L.; Popescu, S.: Metode si instrumente ale asigurarii calitatii, Editura ICPIAF, Cluj-Napoca, 1990.
- [Kamiske 1993] Kamiske, G F.; Brauer, J. P.:Qualitätsmanagement von A bis Z. Erläuterung moderner Begriffe des Qualitätsmanagements, Carl Hanser Verlag, München, 1993.
- [Kemény 1990] Kemény, S.; Deák, A.: Mérések tervezése és eredményeik értékelése, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1990.
- [Kemény 1999] Kemény Sándor, Papp László, Deák András: Statisztikai minőség- (megfelelőség-) szabályozás, Műszaki Könyvkiadó – Magyar Minőség Társaság, Budapest, 1999.
- [Kemény 2000] Kemény Sándor, Deák András: Kísérletek tervezése és értékelése, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2000.
ISBN 963 16 3073 0
- [Leist 1996] Leist R.: Qualitätsmanagement. Methoden und Werkzeuge zur Planung und Sicherung der Qualität (nach DIN EN ISO 9000 ff.). WEKA Fachverlag für technische Führungskräfte GmbH, Augsburg, 1996.
- [Quentin 1994] Quentin, H.: Versuchsmethoden im Qualitäts-Engineering, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig, 1994.
ISBN 3-528-06543-5
- [Roy 1993] Roy, R. K.: A primer on the Taguchi method, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.

Mellékletek

A $t_{1-\alpha}$ értékek táblázata

ν	kétoldali eset		egyoldali eset	
	$t_{0,975}$	$t_{0,995}$	$t_{0,95}$	$t_{0,99}$
1	12,706	63,657	6,314	31,821
2	4,303	9,925	2,920	6,965
3	3,182	5,841	2,353	4,541
4	2,776	4,604	2,132	3,365
5	2,571	4,032	2,015	3,365
6	2,447	3,707	1,943	3,143
7	2,365	3,499	1,895	2,998
8	2,306	3,355	1,860	2,896
9	2,262	3,250	1,833	2,821
10	2,288	3,169	1,812	2,764
11	2,201	3,106	1,796	2,718
12	2,179	3,055	1,782	2,681
13	2,160	3,012	1,771	2,650
14	2,145	2,977	1,761	2,624
15	2,131	2,947	1,753	2,602
16	2,120	2,921	1,746	2,583
17	2,110	2,898	1,740	2,567

ν	kétoldali eset		egyoldali eset	
	$t_{0,975}$	$t_{0,995}$	$t_{0,95}$	$t_{0,99}$
18	2,101	2,878	1,734	2,551
19	2,093	2,861	1,729	2,539
20	2,086	2,845	1,725	2,528
21	2,080	2,831	1,721	2,518
22	2,074	2,819	1,717	2,508
23	2,069	2,807	1,714	2,500
24	2,064	2,797	1,711	2,492
25	2,060	2,787	1,708	2,485
26	2,056	2,779	1,706	2,479
27	2,052	2,771	1,703	2,473
28	2,048	2,763	1,701	2,467
29	2,045	2,756	1,699	2,462
30	2,042	2,750	1,697	2,457
40	2,021	2,704	1,684	2,423
60	2,000	2,660	1,671	2,390
120	1,980	2,617	1,658	2,358
∞	1,960	2,576	1,645	2,326

F értékek táblázata 95%-os szintre

		A számláló szabadságfoka ν_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
A nevező szabadságfoka ν_2	1	161,00	200,00	216,00	225,00	230,00	234,00	236,77	239	240,54	242	246	248
	2	18,5	19	19,2	19,2	19,30	19,3	19,35	19,4	19,38	19,4	19,4	19,4
	3	10,10	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66
	4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,8
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87
	7	4,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77
	15	4,54	3,68	3,29	3,29	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33
	20	4,35	3,49	3,10	3,10	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12

Az F értékek táblázata 99%-os szintre

		A számláló szabadságfoka ν_1													
		5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	200	500	∞
A nevező szabadságfoka ν_2	5	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,72	9,55	9,38	9,24	9,13	9,08	9,04	9,02
	6	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,56	7,40	7,23	7,09	6,99	6,93	6,90	6,88
	7	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,31	6,16	5,99	5,86	5,75	5,70	5,67	5,65
	8	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,52	5,36	5,20	5,07	4,96	4,91	4,88	4,86
	9	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	4,96	4,81	4,65	4,52	4,42	4,36	4,33	4,31
	10	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,56	4,41	4,25	4,12	4,01	3,96	3,93	3,91
	15	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,52	3,37	3,21	3,08	2,98	2,92	2,89	2,87
	20	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,09	2,94	2,78	2,64	2,54	2,48	2,44	2,42
	30	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,70	2,55	2,39	2,25	2,13	2,07	2,03	2,01
	50	3,41	3,19	3,02	2,89	2,79	2,70	2,42	2,27	2,10	1,95	1,82	1,76	1,71	1,68
	100	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,22	2,07	1,89	1,73	1,60	1,52	1,47	1,43
	200	3,11	2,89	2,73	2,60	2,50	2,41	2,13	1,97	1,79	1,63	1,48	1,39	1,33	1,28
	300	3,08	2,86	2,70	2,57	2,47	2,38	2,10	1,94	1,76	1,59	1,44	1,35	1,28	1,22
	500	3,05	2,84	2,68	2,55	2,44	2,36	2,07	1,92	1,74	1,56	1,41	1,31	1,23	1,16

Taguchi által javasolt kísérlettervek

Tervtípusok	Oszlopok száma	Szintek száma
$L_4(2^3)$	3	2
$L_8(2^7)$	7	2
$L_{12}(2^{11})$	11	2
$L_{16}(2^{15})$	15	2
$L_{32}(2^{31})$	31	2
$L_9(3^4)$	4	3
$L_{18}(2^1, 3^7)$	1 7	2 3
$L_{27}(3^{13})$	13	3
$L_{16}(4^5)$	5	4
$L_{32}(2^1, 4^9)$	1 9	2 4
$L_{64}(2^{63})$	63	2

$L_{12}(2^{11})$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

$L_4(2^3)$

	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

$L_8(2^7)$

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

$L_{16}(2^{15})$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

$L_9(3^4)$

	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

$L_{32}(2^{31})$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2
6	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1
7	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
8	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
9	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2
10	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
11	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1
12	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2
13	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1
14	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2
15	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2
16	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1
17	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
18	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
19	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2
20	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1
21	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2
22	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1
23	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1
24	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2
25	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2
26	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
27	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2	1	2
28	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2
29	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2
30	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2
31	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2
32	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2

$L_{27}(3^{13})$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2

 $L_{18}(2^1, 3^7)$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	1	1	2	2	3	3
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

$L_{32}(2^1, 4^9)$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4
5	1	2	1	1	2	2	3	3	4	4
6	1	2	2	2	1	1	4	4	3	3
7	1	2	3	3	4	4	1	1	2	2
8	1	2	4	4	3	3	2	2	1	1
9	1	3	1	2	3	4	1	2	3	4
10	1	3	2	1	4	3	2	1	4	3
11	1	3	3	4	1	2	3	4	1	2
12	1	3	4	3	2	1	4	3	2	1
13	1	4	1	2	4	3	3	4	2	1
14	1	4	2	1	3	4	4	3	1	2
15	1	4	3	4	2	1	1	2	4	3
16	1	4	4	3	1	2	2	1	3	4
17	2	1	1	4	1	4	2	3	2	3
18	2	1	2	3	2	3	1	4	1	4
19	2	1	3	2	3	2	4	1	4	1
20	2	1	4	1	4	1	3	2	3	2
21	2	2	1	4	2	3	4	1	3	2
22	2	2	2	3	1	4	3	2	4	1
23	2	2	3	2	4	1	2	3	1	4
24	2	2	4	1	3	2	1	4	2	3
25	2	3	1	3	3	1	2	4	4	2
26	2	3	2	4	4	2	1	3	3	1
27	2	3	3	1	1	3	4	2	2	4
28	2	3	4	2	2	4	3	1	1	3
29	2	4	1	3	4	2	4	2	1	3
30	2	4	2	4	3	1	3	1	2	4
31	2	4	3	1	2	4	2	4	3	1
32	2	4	4	2	1	3	1	3	4	2

$L_{64}(2^{63})$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	63
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
5	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2						
6	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2						
7	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2						
8	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2						
9	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1						
10	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1						
.																
64																

Háromszög táblázatok

Háromszög táblázat kétszintes oszlopokhoz

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	
	(2)	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	
		(3)	7	6	5	4	11	10	9	8	15	
			(4)	1	2	3	12	13	14	15	8	
				(5)	3	2	13	12	15	14	9	Stb.
					(6)	1	14	15	12	13	10	
						(7)	15	14	13	12	11	
							(8)	1	2	3	4	
								(9)	3	2	5	
									(10)	1	6	
										(11)	7	
											(12)	

Háromszög táblázat háromszintes oszlopokhoz

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
(1)	3	2	2	6	5	5	9	8	8	12	11	11
	4	4	3	7	7	6	10	10	9	13	13	12
	(2)	1	1	8	9	10	5	6	7	5	6	7
		4	3	11	12	13	11	12	13	8	9	10
		(3)	1	9	10	8	7	5	6	6	7	5
			2	13	11	12	12	13	11	10	8	9
			(4)	10	8	9	6	7	5	7	5	6
				12	13	11	13	11	12	9	10	8
				(5)	1	1	2	3	4	2	4	3
					7	6	11	13	12	8	10	9
					(6)	1	4	2	3	3	2	4
						5	13	12	11	10	9	8
						(7)	3	4	2	4	3	2
							12	11	13	9	8	10
							(8)	1	1	2	3	4
								10	9	5	7	6
								(9)	1	4	2	3
									8	7	6	5
									(10)	3	4	2
										6	5	7
										(11)	1	1
											13	12
											(12)	11
												...

Háromszög táblázat négyzintes oszlopokhoz

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
(1)	3	2	2	2	7	6	6	6	11	10
	4	4	3	3	8	8	7	7	12	12
	5	5	6	4	9	9	9	9	13	13
(2)	1	1	1	10	11	12	13	6	7	
	4	3	3	14	15	19	17	14	15	
	5	5	4	18	19	20	21	18	19	
(3)	1	1	11	10	13	12	7	6		
	2	2	16	17	14	15	17	18		
	5	4	21	20	19	18	20	21		
(4)	1	12	13	10	11	8	9			
	2	17	16	15	14	15	14			
	3	19	18	21	20	21	20			
(5)	13	12	11	10	9	8				
	15	14	17	16	16	17				
	20	21	18	19	19	18				
(6)	1	1	1	2	3					
	8	7	7	14	16					
	9	9	8	18	21					
(7)	1	1	3	2						
	6	6	17	15						
	9	8	20	19						
(8)	1	4	5							
	6	15	17							
(9)	5	4								
	16	14								
	19	20								